

令和2年度

名古屋大学大学院情報学研究科 複雑系科学専攻 入学試験問題（専門）

令和元年8月7日

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験終了まで退出できない。
3. 日本語と日本語以外の1言語間の辞書1冊に限り使用してよい。電子辞書の持ち込みは認めない。
4. 日本語または英語で解答すること。
5. 問題冊子、解答用紙3枚、草稿用紙3枚が配布されていることを確認すること。
6. 問題は数1、数2、物1、物2、物3、物4、化1、化2、化3、化4、化5、生1、生2、生3、地1、地2、情1、情2、情3、工1、工2、工3の22科目がある。このうち3科目を選択して解答すること。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。
7. 全ての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。
8. 解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。
9. 解答用紙は試験終了後に3枚とも提出すること。
10. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

数1

- [1] x, y, z, a, b, c は実数とする。次のベクトルと行列について以下の問に答えよ。ただし v^T は v を転置したものである。

$$v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad v^T = (x, y, z), \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

- 1) $Mv = \mathbf{0}$ を満たすベクトル v をすべて求めよ。
- 2) $Mv = d$ を満たすベクトル v をすべて求めよ。
- 3) $v^T M = \mathbf{0}^T$ を満たすベクトル v をすべて求めよ。
- 4) $Mv = e$ を満たすベクトル v は存在しないことを証明せよ。
- 5) 方程式 $Mv = f$ の解 v が存在するための f に関する必要十分条件を述べて、それが必要十分条件になっていることを証明せよ。

- [2] すべての成分が0であるベクトルを $\mathbf{0}$ と書く。また、すべての行列要素が0である行列を O と書く。正方行列 X に対して自然数 k があつて $X^k = O$ となるならば、 X はベキ零であるといい、 $X^{k-1} \neq O$ かつ $X^k = O$ となるならば X の位数は k であるという。ただし、任意の正方行列 X に対して $X^0 = I$ (単位行列) と定める。以下の問に答えよ。

- 1) 次の行列がベキ零であることを示し、それぞれの位数を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- 2) 行列 D について $Du \neq \mathbf{0}$ であるようなベクトル u の例を一つ示せ。
- 3) 2)で示した u について $f_1 = u$, $f_2 = Du$ とおく。ベクトル f_1, f_2 の成分を並べて行列 Q を作る:

$$f_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}, \quad Q = (f_1 f_2) = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

行列 Q と逆行列 Q^{-1} を具体的に求めよ。また、 $Q^{-1}DQ$ を求めよ。

(問題は次のページに続く)

(数 1 の問題の続き)

- 4) n 次の正方行列 Y がベキ零であり, その位数が n だったとする。このとき n 次元ベクトル w で $Y^{n-1}w \neq 0$ かつ $Y^n w = 0$ を満たすものが存在することを証明せよ。
- 5) w は $Y^{n-1}w \neq 0$ かつ $Y^n w = 0$ を満たすとする。このとき

$$e_1 = w, \quad e_{i+1} = Y e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)$$

とおくと, ベクトル e_1, e_2, \dots, e_n は一次独立であることを証明せよ。つまり, 実数 a_1, a_2, \dots, a_n に関して

$$a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n = 0$$

となっていれば $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$ であることを証明せよ。

(数 1 の問題はここで終わり)

数2

[1] 区間 $0 \leq x \leq 1$ で定義された関数列

$$f_n(x) = nx(1-x^2)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

について、次の問に答えよ。

1) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$$

2) n を固定したとき、 $f_n(x)$ が最大値をとることを示し、そのときの x と $f_n(x)$ の値を求めよ。

3) 次の極限值を求めよ。

$$\int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$$

4) $f_n(x)$ のグラフの概形を描き、 n が大きくなっていくときの $f_n(x)$ の変化の様子を示せ。

[2] 非線形常微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$$

について、次の問に答えよ。

1) 一般解の式を求めよ。

2) x と y を変数とする平面（相平面）上で解曲線の勾配 $\frac{dy}{dx}$ が定数 a となる点の集合（曲線）を $y = g_a(x)$ と書くことにする。 a が $0, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{2}, \pm 1, \pm 2, \pm 4$ のときの $y = g_a(x)$ を実線で図示せよ。ただし、描画領域を $-2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$ とする。

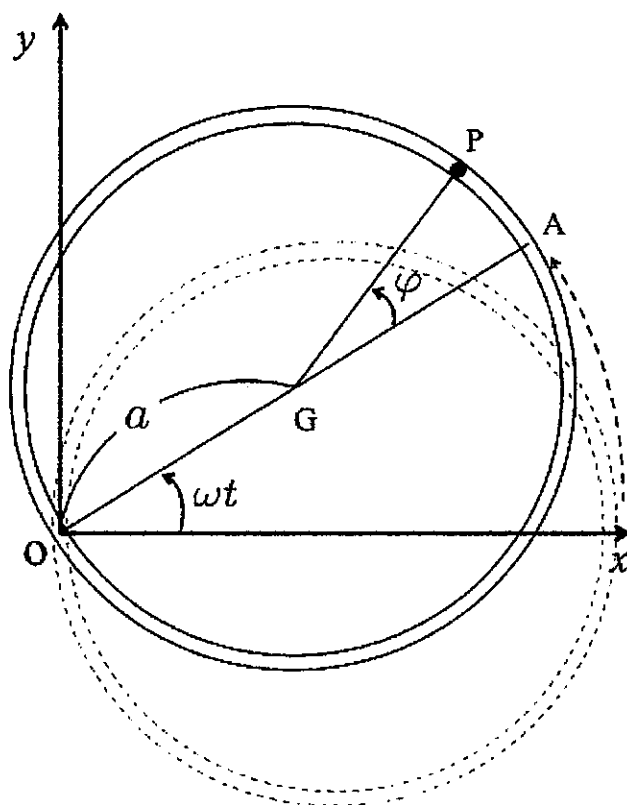
3) 相平面上で、解曲線の勾配 a と $y = g_a(x)$ の勾配が一致する点の集合（曲線）が満たす式を $y = f(x)$ の形式で求めよ。また、その曲線を 2) で描いた図の中に破線で図示せよ。

4) 相平面上で $(1, 0)$ を通る解曲線と $(0, 1)$ を通る解曲線を 2) で描いた図の中に実線で図示せよ。

物 1

図のように、半径 a 、中心 G の円環状の管が、その上の点 O を支点にして、 (x, y) 平面上を一定の角速度 ω で回転している。管の太さは無視できるとする。この管の中を滑らかに動く質量 m の質点の運動を考える。質点には重力は働いていないとして、以下の問に答えよ。

- [1] 質点の位置を P とする。OG の延長線と管の交点を A とし、角 $\angle AGP = \varphi$ とする。時刻 $t = 0$ で、OA は x 軸上にあるとする（図中に時刻 $t = 0$ における管の位置を点線で表示している）。このとき、 P の座標 x, y をそれぞれ a, ω, t, φ などを使って表わせ。
- [2] 質点の運動エネルギー T を、 $m, a, \omega, t, \varphi, \dot{\varphi}$ などを使って整理した式で表わせ。ただし、 $\dot{\varphi} \equiv \frac{d\varphi}{dt}$ は時間 t に関する φ の微分である。
- [3] 質点の運動に関するオイラー・ラグランジュ方程式を書き、質点の運動方程式を求めよ。
- [4] 質点の $t = 0$ における初期状態を $\varphi = 0, \dot{\varphi} = 0$ とする。このときの質点の座標 x, y を時間の関数として求め、軌跡の方程式を示せ。
- [5] 質点の $t = 0$ における初期状態を $\varphi = \varphi_0, \dot{\varphi} = 0$ とする。 $|\varphi_0| \ll 1$ のとき、質点は管の中をどのように運動するか説明せよ。周期的な運動の場合にはその周期を求めよ。



物 2

[1] 容量 C のコンデンサーと抵抗値 R の電気抵抗を直列につないだ電気回路を作る。スイッチを開いた状態で、コンデンサーに電荷 Q_0 を充電する。 $t=0$ でスイッチを閉じた後の電荷の時間変化を考えよう。時刻 t におけるコンデンサーの電荷を $Q(t)$ とし、この回路に流れる電流を $I(t)$ とすると、 $I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ である。以下の問に答えよ。

- 1) 時刻 t において、コンデンサーにかかる電圧と電気抵抗にかかる電圧について成り立つ関係式を、 $Q(t)$, $I(t)$, C , R を使って書け。
- 2) 前問 1) の関係より、 $Q(t)$ が満たすべき微分方程式を書け。
- 3) この微分方程式を解いて、 $Q(t)$ を求めよ。
- 4) コンデンサーに蓄えられていた電荷 Q_0 は、電流 $I(t)$ として流れ、電気エネルギーは抵抗でジュール熱に変換される。その全熱エネルギーを求めよ。ここで、微小時間 dt に発生する熱エネルギーは、 $RI(t)^2 dt$ である。

[2] 前問 [1] の回路に、さらにインダクタンス L のコイルを直列につなぐ。再度スイッチを開いた状態でコンデンサーに電荷 Q_0 を充電する。時刻 $t=0$ でスイッチを閉じた後の電流 $I(t)$ の時間変化を考えよう。以下の問に答えよ。

- 1) 時刻 t において、コンデンサーおよび抵抗にかかる電圧とコイルに発生する誘導起電力について成り立つ関係式を、 $Q(t)$, $I(t)$, R , C , L を使って書け。
- 2) コンデンサーに電流が流れ込むとコンデンサー内の電荷が増加する。その時間変化は $I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ である。前問 1) の関係式を使って、コンデンサーの電荷 $Q(t)$ が満たすべき微分方程式を書け。
- 3) 前問 2) の式は時間についての 2 階微分方程式であり、粘性のある媒質中におかれているバネにつながれた物体の運動方程式と同等である。この運動系の物理量・諸定数は、バネの自然長からの変位、物体の速度、物体の慣性質量、粘性係数、バネ定数である。それらは電気回路において何に対応するか述べよ。
- 4) 前問 [1] で見たように、 $t=0$ でコンデンサーに与えられた電荷 Q_0 の電気エネルギーは、時間の経過とともに抵抗 R によってジュール熱として消費される。この状況で、電流 $I(t)$ は減衰振動する場合がある。その場合の R , C , L についての条件を求めよ。
- 5) 減衰振動する場合、 $t=0$ でスイッチを閉じた後の電流 $I(t)$ を求めよ。
- 6) この解 $I(t)$ のグラフの概形を描け。さらに、 $I(t) = 0$ となる t の値をグラフに書き込め。

物3

[1] ハミルトニアン

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

に従う古典力学系を考える。ただし、 x は質点の位置、 p は運動量である。 m は質量、 ω は角振動数と呼ばれる正の実数である。以下の問に答えよ。

1) 時間 t の関数としての $x(t)$, $p(t)$ が従う正準運動方程式 (ハミルトン方程式)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

を具体的に書け。

- 2) 正準運動方程式の初期値問題を解け。つまり、 $x(t)$, $p(t)$ を $x(0)$, $p(0)$, t の関数で表せ。
- 3) ϵ は一定の正のエネルギー量とする。ハミルトニアンの値を $H = \epsilon, 4\epsilon, 9\epsilon, 16\epsilon$ としたとき、 (x, p) を座標とする平面上で $(x(t), p(t))$ の軌跡をそれぞれ描け。軌跡が x 軸または p 軸と交わる点の座標も書け。また、軌跡に沿った運動の方向を矢印で書け。

[2] 任意の演算子 \hat{A} , \hat{B} について $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ を交換子あるいは交換関係という。ハミルトニアン

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

に従う量子力学系を考える。ただし、 \hat{x} は質点の位置を表す演算子、 \hat{p} は運動量演算子であり、交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar\hat{1}$ を満たす。ここで、 $i = \sqrt{-1}$, h はプランク定数、 $\hbar = h/(2\pi)$, $\hat{1}$ は恒等演算子である。以下の問に答えよ。

1) 演算子

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} + i\hat{p}), \quad \hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} - i\hat{p})$$

を定める。交換子 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$ を求めよ。

- 2) \hat{H} を \hat{x} , \hat{p} の代わりに \hat{a} , \hat{a}^\dagger を用いて整理した式で表せ。
- 3) 任意の演算子 \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} について次式が成り立つことを示せ。

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}]$$

4) 任意の自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$[\hat{a}, (\hat{a}^\dagger)^n] = n(\hat{a}^\dagger)^{n-1}$$

が成り立つことを証明せよ。ただし、 $(\hat{a}^\dagger)^0 = \hat{1}$ である。

(問題は次のページに続く)

(物3の問題の続き)

5) 基底状態ベクトル $|0\rangle$ を

$$\hat{a}|0\rangle = 0, \quad \langle 0|0\rangle = 1$$

を満たすものと定める。また、第 n 励起状態ベクトル $|n\rangle$ を

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{a}^\dagger)^n|0\rangle \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次式が成り立つことを示せ。

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad \hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$$

6) $\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$ を満たす実数 E_n を求めよ。

7) 0 または任意の正の整数 $m, n = 0, 1, 2, \dots$ に対して

$$\langle m|n\rangle = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

が成り立つことを証明せよ。ただし、演算子 \hat{a}^\dagger について、 $|\alpha\rangle = \hat{a}^\dagger|\psi\rangle$ ならば $\langle\alpha|\beta\rangle = \langle\psi|\hat{a}|\beta\rangle$ である。

8) g を実数定数として、ハミルトニアンを

$$\hat{H}_g = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 + mg\hat{x}$$

に変更する。 \hat{H}_g のエネルギー固有値をすべて求めよ。

(物3の問題はここで終わり)

物 4

一様な磁場 $H (\geq 0)$ の中に置かれている $S_i = -1, 0, 1$ ($i = 1, \dots, N$) の3つの状態をとる独立なスピン N 個からなる系を考える。この系の状態はスピン変数 S_i の N 個の組で指定される。スピン間に相互作用はなく、系のエネルギーは

$$E = -H \sum_{i=1}^N S_i + D \sum_{i=1}^N (S_i)^2$$

で与えられるものとする。ただし、 D は物質に固有の定数 (結晶場異方性) である。この系が絶対温度 T の熱浴に接して平衡状態にあるとき、系の各状態の出現確率はカノニカル分布に従うものとする。なお、物理量 A のカノニカル分布による期待値を $\langle A \rangle$ と書き、ボルツマン定数を k_B として、 $\beta = 1/(k_B T)$ とする。以下の問に答えよ。

[1] この系の分配関数 $Z(\beta)$ を求めよ。

[2] この系のエネルギーの期待値 $\langle E \rangle$ を求めよ。

[3] 磁化 $m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$ の期待値 $\langle m \rangle$ を求めよ。

[4] 磁化のゆらぎ $\sigma = \sqrt{\langle (m - \langle m \rangle)^2 \rangle}$ は、 $N \gg 1$ のとき、 $\sigma \ll 1$ となることを示せ。

[5] ゼロ磁場 ($H = 0$) での磁化率 $\chi(\beta) = \left. \frac{\partial \langle m \rangle}{\partial H} \right|_{H=0}$ を求めよ。

[6] $D > 0$ と $D < 0$ のそれぞれの場合について、磁化率 $\chi(\beta)$ の高温 ($\beta \ll 1$) および低温 ($\beta \gg 1$) で漸近形を求めて、 β を横軸として $\chi(\beta)$ のグラフの概形を描け。

[7] $D > 0$ と $D < 0$ のそれぞれの場合について、前問 [6] の、磁化率 $\chi(\beta)$ の高温、低温でのグラフのふるまいが現れる物理的理由を述べよ。

化 1

以下の問[1]と[2]に答えよ。

[1] 次の文章中の空欄 (あ) から (う) に、適切な語句や式を入れよ。

水素分子 H_2 やヘリウム原子 He 中の 2 個の電子はそれぞれ、原子核と他の電子からの静電力を受けながら、シュレーディンガー方程式に従って運動する。その結果、水素分子が基底状態の時、各電子は軌道関数 $\phi(\mathbf{r})$ で表される状態にいると考えることができる。この関数 $\phi(\mathbf{r})$ は $1s\sigma$ 分子軌道と呼ばれ、その時の電子配置は $(1s\sigma)^2$ と表される。次に、2 個の Be 原子を並べた Be_2 分子を考えると、その電子配置は (あ) となり、結合次数は (い) となること分かる。また、原子番号 30 の亜鉛原子 Zn の基底状態の電子配置は (う) となる。

[2] 単純ヒュッケル法を用いて、平面型のアリルラジカル CH_2CHCH_2 の π 分子軌道を求めよう。分子を xy 平面上に置き、端から i 番目の炭素の $2p_z$ 軌道を χ_i とし、 π 分子軌道が式(1)で表されるとする。ここで C_i は軌道係数である。またクーロン積分と共鳴積分が式(2)と(3)で表されるとする。

$$\phi = C_1\chi_1 + C_2\chi_2 + C_3\chi_3 \quad (1)$$

$$\int \chi_i h \chi_i d\tau = \alpha < 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

$$\int \chi_i h \chi_{i+1} d\tau = \int \chi_{i+1} h \chi_i d\tau = \beta < 0 \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

その他の共鳴積分はゼロとする。 h はハミルトニアンである。

- 1) 式(1)の軌道エネルギーを C_i , α , β を用いて表せ。
- 2) 分子軌道の規格化条件下で、この軌道エネルギーに変分法を適用し、 π 分子軌道を求めるための永年方程式を導け。導出過程も記すこと。
- 3) 単純ヒュッケル法を用いると、 n 個の炭素原子からなるポリエン $\text{H}(\text{CH})_n\text{H}$ の k 番目の π 分子軌道係数 $C_i^{(k)}$ は

$$C_i^{(k)} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \sin\left(\frac{ik\pi}{n+1}\right) \quad (4)$$

となる。これを用いてアリルカチオン $[\text{CH}_2\text{CHCH}_2]^+$ の、各炭素原子での π 電子密度を求めよ。

- 4) 図の化合物 (Previtamin D₃) は、加熱や光照射下、環化して化合物 X を与える。ただし X では \sim で表したメチル基と水素の向きが異なる 4 種類の立体異性体のうち、加熱により 2 種類のみが生成し、光照射により別の 2 種類のみが生成する。Woodward さんと Hoffmann さんは、電子が入っている軌道のうちでエネルギーが最も高い π 分子軌道を考える事で、この現象を説明した。彼らの考えに従い、加熱、光照射それぞれの場合に、この π 分子軌道を係数の符号に注意して図示し、生成する立体異性体を予測せよ。

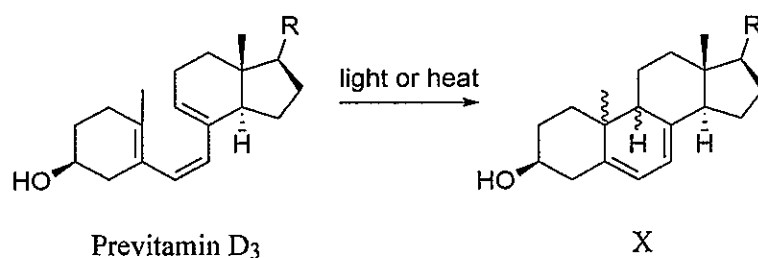


図: Previtamin D₃ の環化

化2

以下の問[1]と[2]に答えよ。

[1] 次の文章を読んで、以下の1)と2)に答えよ。

以下の3つの素反応からなる、気相中の単分子反応 $A \rightarrow B$ を考える。



ここで、 A^* は分子 A 同士の衝突で活性化した分子であり、 k_1 , k_{-1} , k_2 はそれぞれの素反応に対する反応速度定数である。さて、 A^* と生成物 B についての反応速度式は、

$$\frac{d[A^*]}{dt} = \left(\quad (a) \quad \right) \quad (4)$$

$$\frac{d[B]}{dt} = k_2[A^*] \quad (5)$$

となる。 A^* に対して定常状態近似を用いると、式(4)と式(5)から、

$$v = \frac{d[B]}{dt} = \left(\quad (b) \quad \right) \quad (6)$$

となり、化学反応の速度 v を、活性化分子の濃度 $[A^*]$ を含まない式で表すことができる。また、(a) A の濃度の大小で、全体としての反応次数が異なることがわかる。

- 1) (a)と(b)に当てはまる式を記せ。
- 2) 下線部 (a) に関して、全体としての反応次数が2次になるのは、高濃度極限と低濃度極限のどちらであるか答えよ。また、その時に律速段階となる素反応を答えよ。

[2] 次の文章を読んで、以下の1)から5)に答えよ。

2原子分子HX(Xは任意の原子)の原子核の運動を考える。(a) 6個の運動の自由度のうち、5個は並進あるいは回転に対応し、残り1個が振動に対応する。この振動を力の定数 k のバネに基づく調和振動子モデルで考えると、振動数は $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/\mu}$ と表される。ここで、換算質量は $\mu = m_H m_X / (m_H + m_X)$ (m_H, m_X はH, Xの質量)である。振動のエネルギー準位は、量子数 n とプランク定数 h を用いて $E_n = h\nu \times$ (a) で表される。この振動の最低準位のエネルギーは $n=0$ で与えられ、(i) 零点エネルギーと呼ばれる。これは反応速度の同位体効果を考える上で重要である。

実際には、HXの原子間距離が大きくなるにつれて、調和振動子モデルからのずれが大きくなり、エネルギー準位の間隔は量子数 n が大きくなるにつれて (ア)。HXとDX(Dは重水素)を考える。HとDの質量 m_H, m_D が m_X よりも十分小さい時、振動数の比は $\nu_{HX}/\nu_{DX} =$ (b) となり、零点エネルギーを考慮したHXとDXの解離エネルギーを比べると (イ)。

1) (a)と(b)に入る数式を記せ。

2) (ア)と(イ)に当てはまる語句を下の語群{ }中から選べ。

(ア) {大きくなる, 小さくなる}

(イ) {HXの方が大きい, HXの方が小さい}

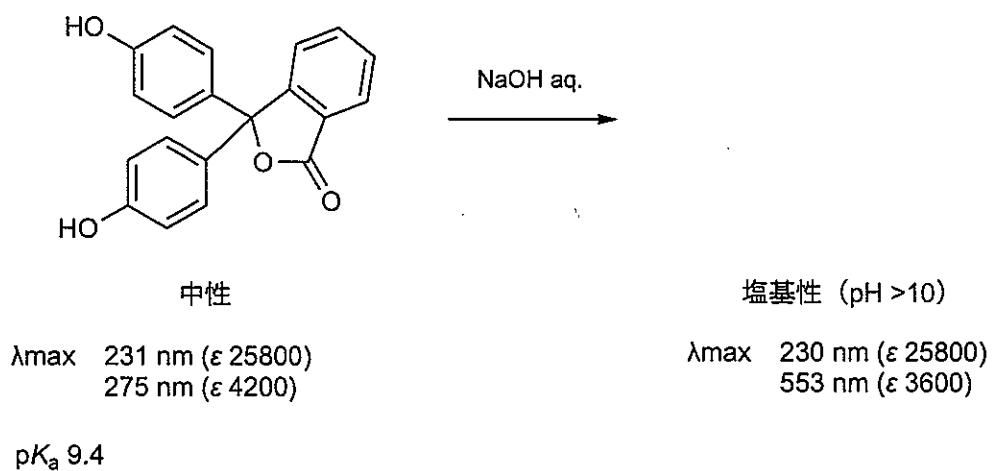
3) 下線部(a)に関して、回転の自由度の数を答えよ。また、回転のエネルギー準位の間隔と振動のエネルギー準位の間隔は一般にどちらが大きいか答えよ。

4) 下線部(i)に関して、XH結合が切断される反応 $XH + Y \rightarrow X + HY$ (Yはある原子)を考える。この反応の速度定数 k_H と、HをDに変えた時の速度定数 k_D を比較した時、 $k_H/k_D > 1$ となった。この理由を説明せよ。

5) 2原子分子の原子間距離 r に対するポテンシャルエネルギー曲線を表す近似的な関数として、Morse 関数 $V(r) = D_e \left\{ 1 - e^{-\alpha(r-r_e)} \right\}^2$ がある (α, D_e, r_e は正の値)。 r を横軸に、 V を縦軸にとって、この関数の概略を図示せよ。また、 D_e と r_e はそれぞれ何を意味するか答えよ。

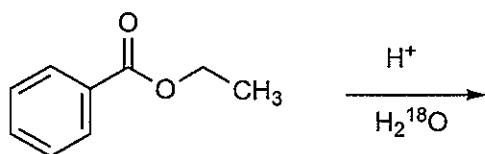
化3

[1] pH 指示薬のフェノールフタレイン（下図構造式）について以下の間に答えなさい。



- 1) フェノールフタレインに水酸化ナトリウム水溶液を加えた時に得られる化学種の構造を書きなさい。
- 2) フェノールフタレインは中性条件下では無色であるが、塩基性条件下 (>pH 10) では濃いピンク色を呈する。その理由を説明しなさい。

[2] 次の化合物の加水分解反応を、 ^{18}O でラベル化した水中で行った結果について以下の間に答えなさい。



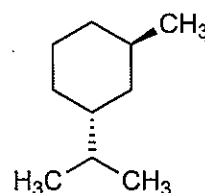
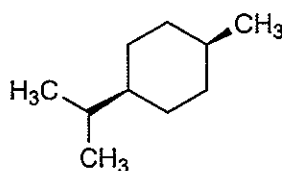
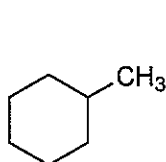
- 1) 生成物のどの位置に ^{18}O が存在するかを構造式の中に明示しなさい。
- 2) 加水分解反応の反応機構を書きなさい。

[3] シクロアルカンについて以下の間に答えなさい。

表. 種々のシクロアルカンの燃焼熱 (kcal/mol).

(CH ₂) _n 名称	n	燃焼熱 (kcal/mol)
シクロプロパン	3	-499.8
シクロブタン	4	-655.9
シクロペンタン	5	-793.5
シクロヘキサン	6	-944.5
シクロヘプタン	7	-1108.2
シクロオクタン	8	-1269.2

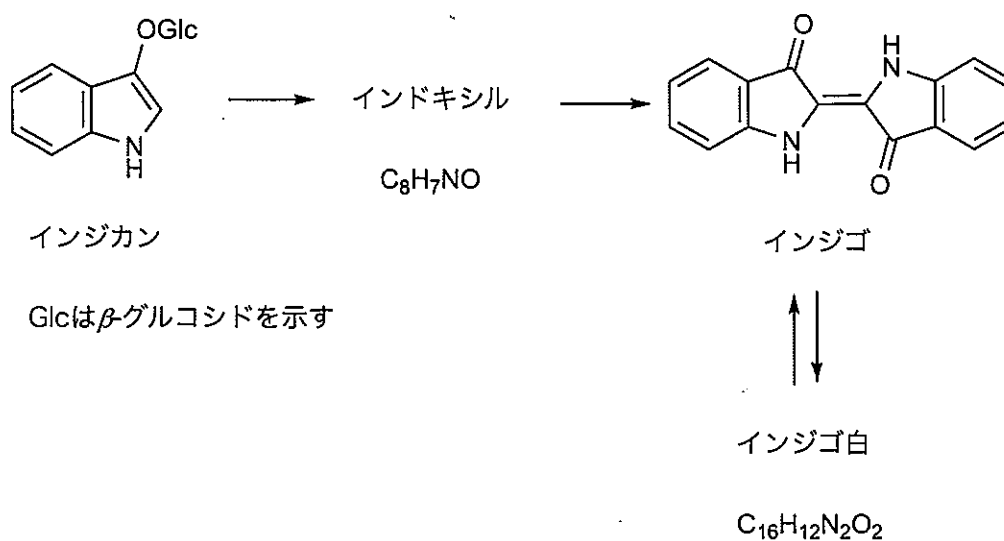
- 1) 直鎖アルカンのメチレン基 (-CH₂-) 1 残基あたりの燃焼熱は-157.4 kcal/mol である。表中のシクロアルカンの燃焼熱の予測値と実測値との差はメチレン基 (-CH₂-) 1 残基あたり何 kcal/mol になるのか、6 種全てについて計算しなさい。
- 2) 表からシクロアルカンの燃焼熱はメチレン基の数から予測される数値とは異なることがわかる。この理由について説明しなさい。
- 3) 炭素数が7から10程度のシクロアルカンは中員環と呼ばれ、環化による合成が比較的困難とされる。その理由を述べなさい。
- 4) 次の化合物の最安定立体配座 (コンフォメーション) を書きなさい。分子内に不斉炭素がある場合は、その絶対立体配置 (R, S 表記) を IUPAC 則にのっとり書き入れなさい。



化4

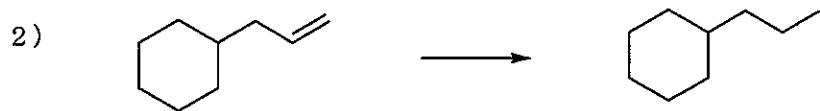
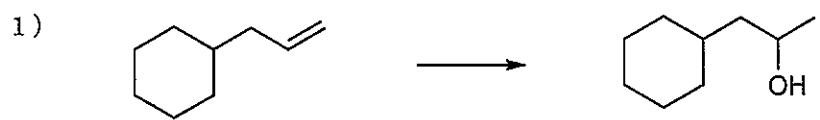
[1] 単糖，オリゴ糖，多糖について，それぞれ例をあげて説明しなさい。

[2] 日本で行われてきた藍（インジゴ）染めは，タデ科植物の葉を加工して用いる。その主な工程は，（1）葉を醗酵させ，色素前駆体のインジカンからインドキシルを経由してインジゴに変換する工程（すくも，別名藍玉の作成），（2）すくもに灰を混ぜて瓶の中で醗酵させてインジゴ白（無色）に変換する工程，（3）瓶の液へ染色布を浸してから引き上げ空気中に置いて染色する工程，にわけられる。これらの工程における主な物質変換の経路と化合物の構造を下の式に示した。これについて次の問に答えなさい。

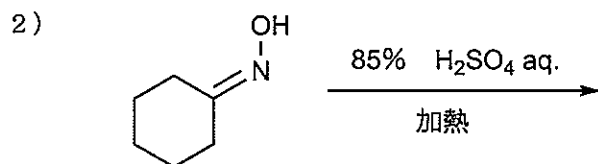
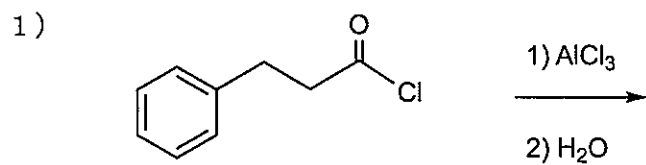


- 1) インドキシルは互変異性体として存在する。インドキシルの化学構造式を書きなさい。
- 2) インジゴ白の化学構造式を書きなさい。
- 3) 植物成分を染料として用いるために，本工程は巧みに天然有機化合物の特性を利用している。この観点から上記の4化合物の化学的性質と染色の仕組みについて考察して記述しなさい。

[3] 次の合成を行うために必要な反応剤を書きなさい。

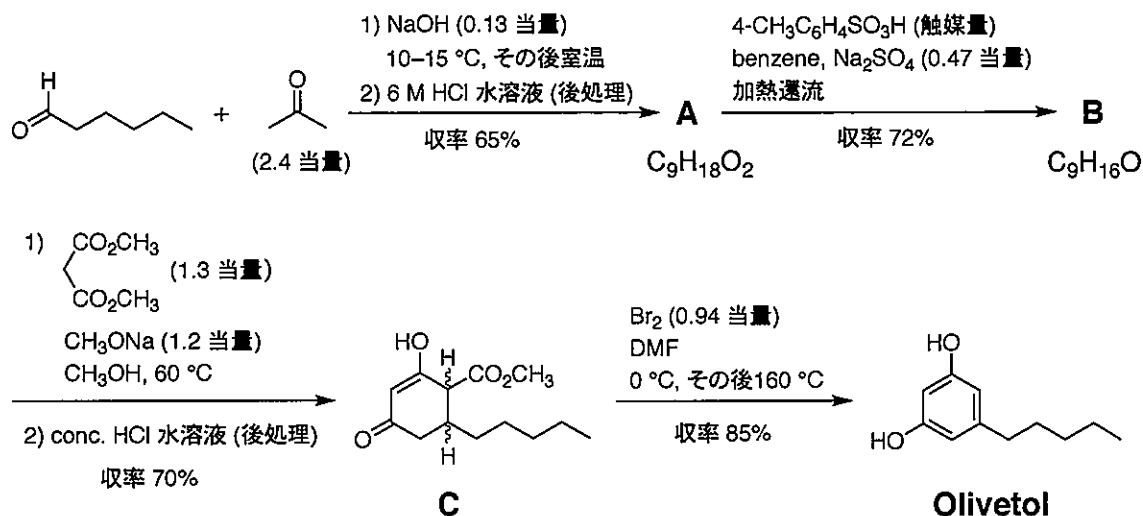


[4] 次の反応における生成物を反応機構とともに書きなさい。



化5

[1] **Olivetol** の合成に関する以下の問に答えなさい。**Olivetol** の合成経路は下記に示してある。反応機構を解答する際には、電子の流れを示す矢印を用いること。



- 化合物 **A** の構造および化合物 **A** が生成する反応の機構を書きなさい。その際、分子式を参考にしなさい。
- 化合物 **B** は、**E** 体の共役エノンである。化合物 **B** の構造および化合物 **B** が生成する反応の機構を書きなさい。
- 化合物 **B** から化合物 **C** が生成する反応の機構を書きなさい。
- 化合物 **C** と臭素 Br_2 を $0\text{ }^\circ\text{C}$ で反応させると、ブロモ化された中間体である 3-bromo-2-hydroxy-4-oxo-6-*n*-pentylcyclohex-2-ene-1-carboxylic acid methyl ester (**1**) が反応系内で生成する。その後、反応混合物を $160\text{ }^\circ\text{C}$ に加熱すると **Olivetol** が得られる。
 - 化合物 **1** の構造を書きなさい。
 - 化合物 **1** またはその互変異性体から **Olivetol** が生成する反応の機構を書きなさい。

生 1

次の文を読み、各問に答えよ。

細胞周期とは、細胞がその成分を倍化させ、2つの娘細胞に分裂する一連の過程をいい、生物の成長や増殖の基盤である。細胞周期は、大きく分けて細胞が成長する(ア)期と細胞が分裂する(イ)期からなる。生体内で DNA はタンパク質成分と結合して凝縮している(A)が、(ア)期にはこの凝縮は比較的緩やかであり、また領域によって凝縮度に大きな違いがある。密に凝縮している領域を(ウ)といい、染色体の(エ)と(オ)に集中している。(ア)期はさらにいくつかの段階に分けられ、そのうちの(カ)期に DNA は複製する(B)。(イ)期に入ると、複製で倍化した染色体はより緊密に凝縮し、(キ)膜の崩壊後に、(エ)に付着した(ク)を介して(ケ)と連結し、(コ)の両極へと牽引されて分離する。これに引き続いて細胞質が分裂し、細胞周期は完了する。

1) 次の語群から適切な語を選び、(ア)から(コ)に入れよ。

(L, M, S, G1, G2, G3, 間, ユークロマチン, ヘテロクロマチン, セントロメア, テロメア, 複製起点, 細胞, 核, 小胞体, 紡錘体, 動原体, ゴルジ体)

2) 下線(A)の構造を、次の語群の語をできるだけ多く用いて200~300字程度で説明せよ。必要に応じて図を用いてもよい。

(ヒストン, ヌクレオソーム, コア粒子, 八量体, クロマチン繊維)

3) 下線(B)についての次の文を読み、(ア)から(シ)に適切な語を入れよ。また、下線(C)の様子がわかるように(イ), (ウ), (エ), (オ), (コ)を含めて概略図を描け。

DNAの複製は次のように進行する。まず親分子である二重鎖DNAが(ア)で開裂し、(イ)と呼ばれるY字型の構造が生じる。(ウ)により二重鎖はさらに開裂して(イ)が移動し、これに伴ってDNAの複製は進んでいく(C)。それぞれの(イ)には2本の一本鎖DNAが存在し、両方とも鋳型として用いられてDNA合成の場となるが、両者のあいだで新生DNAの伸長様式は次のように異なっている。(エ)においては、(イ)の進行と同じ向きでDNAが合成されるので、連続的な伸長が可能である。一方で(オ)の場合、(エ)の鋳型鎖と逆向きの鋳型鎖を使うので、連続的に伸長できない。そこで、まず(イ)の進行と逆向きに(カ)

が短い (キ) を合成し、この (キ) の (ク) 末端から (ケ) が DNA 合成を開始する。こうして作られる (オ) の DNA 断片を (コ) と呼ぶ。(コ) が以前の DNA 合成に使われた (キ) の (サ) 末端まで達すると、合成はいったん終了する。最終的に (キ) は DNA に置き換えられ、(シ) によって (コ) と以前に合成された DNA が連結され、切れ目のない (オ) ができる。

生2

以下の (a) ~ (d) の実験方法から2つを選び、それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いてもよい。

- (a) ポリメラーゼ連鎖反応 (PCR) 法
- (b) SDS ポリアクリルアミドゲル電気泳動 (SDS-PAGE)
- (c) RNA 干渉 (RNAi) 法
- (d) ディープ RNA シークエンシング (RNA-seq) 法

[1] 目的を20字から40字程度で説明せよ。

[2] 原理を200字から300字程度で説明せよ。

[3] 手順を300字から400字程度で説明せよ。

生 3

[1] 真核生物の細胞は様々な構成要素によって組織されている。真核細胞を下記の構成要素を含めて図示し、各々の役割を語群の単語を適切に、なるべく多く使ってそれぞれ 100 文字以内で説明せよ。語群の単語は何度利用してもよいが、不適切な単語も含まれていることに注意すること。

構成要素：細胞膜，核，リボソーム，ゴルジ体，ミトコンドリア，リソソーム

語群：細胞内共生，転写，翻訳，tRNA，染色体，タンパク質輸送，加水分解，内膜，DNA，能動輸送，脂質二重膜，リン酸化，外膜，オートファジー，ATP，mRNA，スプライシング，糖鎖修飾，マクロファージ

[2] 下記のタンパク質がどこの構成要素に局在し、どのような働きを担っているのか、について語群の単語を適切に、なるべく多く使ってそれぞれ 100 文字以内で説明せよ。語群の単語は何度利用してもよいが、不適切な単語も含まれていることに注意すること。

タンパク質：アクアポリン，F₁ATP アーゼ，RNA ポリメラーゼ，オプシン

語群：イオン濃度，合成酵素，G タンパク質，アミノ酸，DNA，透過，プロトン，濃度勾配，ヌクレオソーム，リボヌクレオチド，転移酵素，ニュートロン，レチナールの異性化

地 1

以下に列挙した名称の岩石について、まず分類の中から最も対応するものを1つ選べ。名称の項目と分類の項目は1対1で対応し、分類の中で同じものが2つある場合は異なる2つの名称にそれぞれ対応する。次にそれぞれの岩石の特徴を100字以内で説明せよ。

名称：花崗岩 凝灰岩 玄武岩 石灰岩 千枚岩

大理石 チャート 斑糲岩 ホルンフェルス 礫岩

分類：火山岩 火山碎屑岩 広域変成岩 碎屑堆積岩 深成岩

深成岩 生物堆積岩 生物堆積岩 接触変成岩 接触変成岩

地 2

[1] 空間参照とは地理情報を地球上の位置と関連付けることである。その方法には大きく分けて直接参照と間接参照がある。直接参照と間接参照についてそれぞれ200字以内で説明せよ。

[2] 日本の住所表記について、ある1つの場所が異なる2種類の住所で示される場合があり、これには地番表示と住居表示が併存する地区が該当する。地番表示と住居表示についてそれぞれ200字以内で説明せよ。

情 1

C 言語プログラミングに関する以下の問に答えよ。ただし、\は¥と同じである。

[1] 次のプログラムの出力結果を示せ。

```
#include <stdio.h>
int main() {
    int a[]={100,0x200,0300}, *p=a;
    printf("%x %d %o %d\n", a[0],*(p+1),a[1]<<1,(*p+1)|a[2]);
    return 0;
}
```

[2] 乱数を利用して、6面のサイコロ2個を同時に振ったときの出目の合計値 x の頻度分布とその平均値を計算するプログラムを以下のように作成する。乱数の生成には、呼び出されるたびに、0以上 RAND_MAX 以下のどれか1つの整数を返す関数 rand() を使用する (RAND_MAX は stdlib.h で定義されている)。この関数を使って、6面のサイコロ1個を振った時の出目を返す関数 dice() を作成して、main 関数の中で使用するものとする。

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#define XMAX (1)
int dice() { return (2); }
double mean(int (3), int n) {
    double m=0.0;
    for(int i=2; i<=XMAX; i++) m += (4);
    return m;
}

int main() {
    int n;          /*nはサイコロ2個を同時に振る回数*/
    int x;          /*xはサイコロ2個の出目の合計値*/
    int h[XMAX+1]; /*hはxを記録する配列(頻度分布)*/
    srand(time(NULL)); /*乱数の種を設定する*/
    scanf("%d", (5)); /*nを標準入力する*/
    for(int i=0; i<=XMAX; i++) (6); /*hを初期化する*/
    for(int i=0; i<n; i++) {
        x = (7); /*サイコロ2個を振ってxを求める*/
        (8); /*xをhに記録する*/
    }
    for(int i=2; i<=XMAX; i++) { /*hを表示する*/
        printf("x=%dの頻度は%.1fe+4\n", i, h[i]/10000.0);
    }
    printf("平均値は%.1f\n", mean(h, n)); /*hの平均値を表示する*/
    return 0;
}
```

- 1) 空欄を適切に埋めよ。
- 2) $n = 10^6$ として、このプログラムを実行したときに期待される出力結果を示せ。

[3] アルファベットの文字列を対象として、文字列の長さを計算したり、文字列の左右を反転したり、回文かどうかを判定したりするプログラムを以下のように作成する。空欄を適切に埋めよ。また、プログラムの実行結果を示せ。(注:回文とは、始めから読んでも終わりから読んでも同じであるような文のことである。)

```
#include <stdio.h>

int str_len(char s[]) { /*文字列の長さを計算する*/
    int len;
    for(len=0; (1) = '\0'; (2) );
    return len;
}

void reverse_str(char s[]) { /*文字列の左右を反転する*/
    int i, len=str_len(s);
    (3) temp;
    for(i=0; i<(4); i++){
        temp = s[i];
        s[i] = s[(5)];
        s[(5)] = temp;
    }
}

int palindrome(char s[]){ /*文字列が回文かどうかを判定する*/
    int i, j;
    for(i=0, j=(6); (7); i++,j--){
        if(s[i] (8) s[j]) return 0;
    }
    return 1;
}

int main(){
    char ss[2][20]={"ahitinnok", "imayuuyami"};
    reverse_str(ss[0]);
    printf("%s\n", ss[0]);
    printf("%s\n", ss[1]);
    printf("%d\n", palindrome(ss[0]));
    printf("%d\n", palindrome(ss[1]));
    return 0;
}
```

情 2

人を含む生物集団の社会的相互作用の時間発展を次のモデルで表現した。大きさ $W \times W$ の連続平面に個体を N 体配置する。ただし、右端と左端、上端と下端はそれぞれ接続された周期的境界条件とする。また、各個体は A と B のいずれかの状態を持つ。

- (1) 初期状態では、各個体はランダムな位置に配置され、確率 P で状態 A、確率 $1-P$ で状態 B が割り当てられる。
- (2) 各個体はランダムな方向に距離 D だけ移動する。
- (3) 各個体を中心とした相互作用半径 R の円内に他の個体がいる場合、それらを近傍個体と呼ぶ。各個体は、その近傍個体それぞれに関して、自身の状態と近傍個体の状態の組み合わせから表 1 で定義される得点を相互作用の結果として得る。例えば、自分の状態が B、相手が A の場合、自身は 5 点を得る。各個体はすべての自身の近傍個体から得られる総得点を記録する。
- (4) 各個体は、自分自身とその近傍個体のうちで最高得点を記録した個体の状態を、次の時刻における自身の状態とする。最高得点を記録した個体が複数存在する場合は、そのうちランダムに選んだ個体の状態を採用する。
- (5) 各個体は(4)で決定した状態に同時に更新する。
- (6) 時刻を 1 進めて(2)に戻る。

以下の問に答えなさい。なお、 $W=21$ 、 $N=200$ とし、 $P=0.75$ の条件で生成した次ページの図 1a を初期状態とする。また、状態 A の個体は丸で、状態 B の個体は四角で表現され、各記号の中心が個体の位置を示している。

- [1] 表 1 の状態の組と得点で表現される状況設定は典型的な社会的ジレンマを表現している。この状況に当てはまる現実世界における簡単な状況設定を考えて示し、どのようなジレンマが存在するか説明しなさい。
- [2] $D=0.0$ とする。 $R=2.5$ の条件でモデルを実行したところ、しばらくたって図 1 b に示す状態に収束した。そこに至るまでの状態の変化の様子と仕組みを説明しなさい。
- [3] $D=0.0$ とする。 $R=1.0$ 、 5.0 の各条件でモデルを実行した場合について、想定される収束時の集団の様子を理由とともに示しなさい。
- [4] $R=2.5$ とする。 $D=0.2$ 、 1.0 の各条件でモデルを実行したところ、一方の条件では最終的に状態 B の個体が集団全体を占め、他方では状態 A の個体が集団全体を占めた。どちらの条件がどのパターンに相当するか示しつつ、その仕組みを説明しなさい。

- [5] [2][3][4]を踏まえ、社会集団における社会的ジレンマの解決に関して示唆が得られるとすればどのようなものか、パラメータ R , D が表す特徴を考慮しつつ考えを述べなさい。

表 1

相手の状態 (→)	A	B
自身の状態 (↓)		
A	(4, 4)	(0, 5)
B	(5, 0)	(1, 1)

$(x, y) = (\text{自身の得点}, \text{相手の得点})$

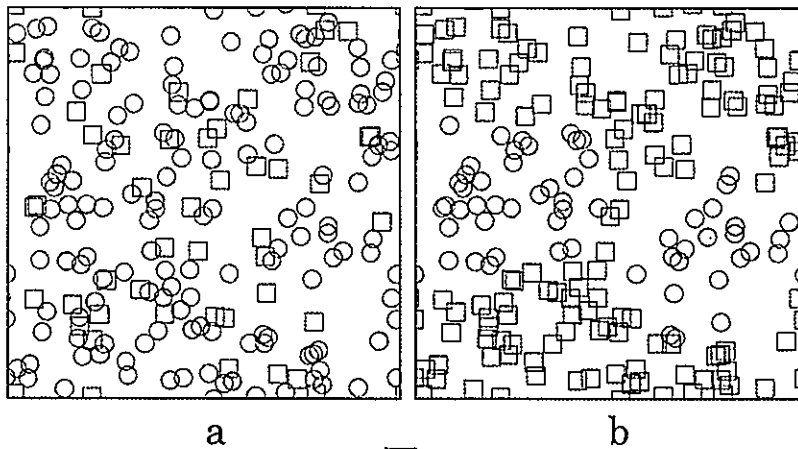


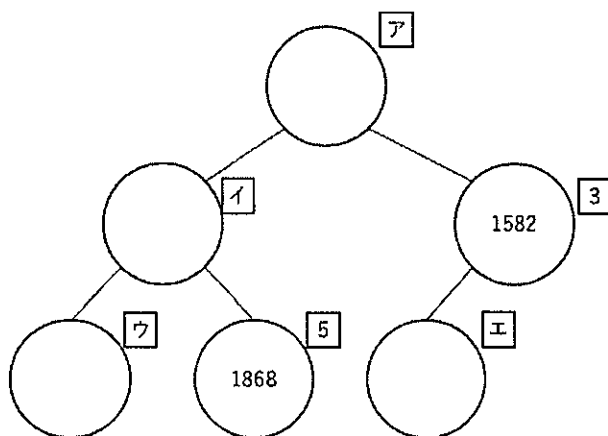
図 1

情 3

ヒープは木構造の1つで、完全2分木により表現される。木の根である節の番号を1とし、節の数が増えるに応じて、2, 3, ... と順に節に番号を割り振る。各節は値を持つ。ここでは、親の節の値が子の節の値以下となっているヒープを考える。

[1] 以下の配列をヒープの木構造として以下のように図示する場合、アからエに対応する節番号を示せ。

節番号	1	2	3	4	5	6
値	794	1333	1582	1467	1868	1603



- [2] 完全2分木の親と子の節の番号の関係について説明せよ。
- [3] 値として645をもつ節を、[1]で図示したヒープの木構造での節番号3の右下に追加する場合、節を入れ替えてヒープを再構成する過程の2分木の変化を図示せよ。
- [4] [3]で作成したヒープから値として645をもつ節を削除した場合に、節を入れ替えてヒープを再構成する過程における2分木の変化を図示せよ。
- [5] [1]で作成したヒープを用いて、値を昇順にソートする。ソートの方針を1文で述べた上で、ソートする過程における2分木の変化を図示せよ。
- [6] n 個の節からなるヒープを再構成する場合の最悪の計算量を示せ。また、その理由を述べよ。
- [7] 優先度つき待ち行列とは、優先度の高いものから取り出すことができる待ち行列である。優先度つき待ち行列を実装する場合にヒープを利用する方法を述べよ。

工 1

[1] 図1に示すような線形に分布する荷重 $w(x)$ を受けるはりがある。このはりの長さは ℓ 、ヤング率（縦弾性係数）は E （一定）、断面二次モーメントは I （一定）とする。以下の問に答えよ。

- 1) 座標 x における分布荷重の値 $w(x)$ を x 、 ℓ および $w_0 (= w(\ell))$ で表せ。
- 2) 座標 x における曲げモーメントを求めよ。
- 3) たわみ曲線 $y = f(x)$ およびたわみが最大となる x 座標値を求めよ。

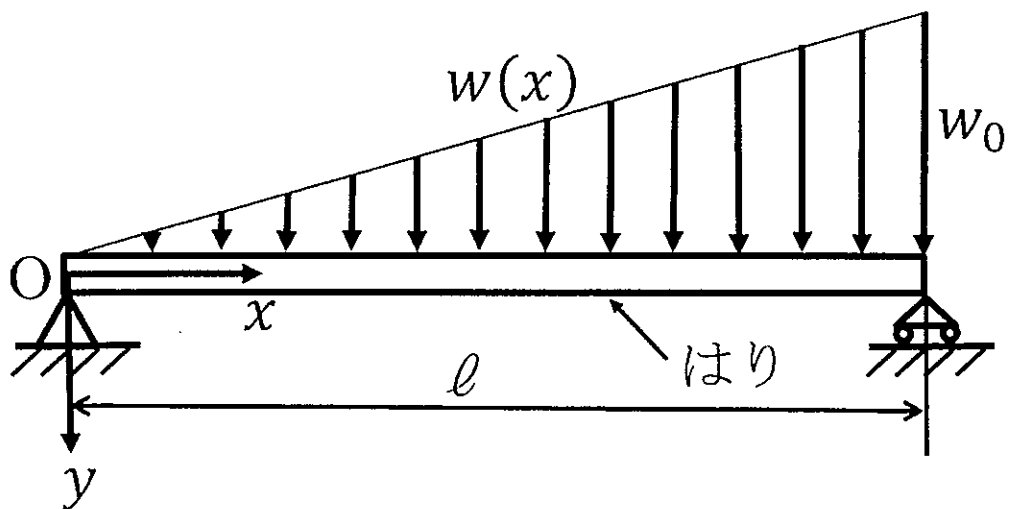


図 1

[2] 図2に、内圧を受ける十分長い厚肉円筒の断面とその材料内部の微小要素Aが示されている。厚肉円筒の材料のヤング率とポアソン比をそれぞれ E (一定) と ν (一定) とする。微小要素Aに作用する半径方向応力と円周方向応力をそれぞれ σ_r と σ_θ とする。以下の間に答えよ。

- 1) 微小要素Aに作用する力の釣り合いを考えて、円筒座標系の半径方向における力の釣り合い方程式を求めよ。
- 2) 内圧を受けて、半径 r において半径方向変位 u が生じる。 u と半径方向ひずみ ε_r の関係式が $\varepsilon_r = du/dr$ となることを示せ。また、 u と円周方向ひずみ ε_θ の関係式が $\varepsilon_\theta = u/r$ となることを示せ。
- 3) 円筒座標系におけるフックの法則から σ_r , σ_θ , ε_r , および ε_θ の間の関係は、以下に示す式(1)と(2)となる。

$$\sigma_r = \frac{E\{(1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta\}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\{\nu\varepsilon_r + (1-\nu)\varepsilon_\theta\}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2)$$

これらの式、および問[2]1)と問[2]2)の結果を用いて、

関係式 $\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0$ を導け。

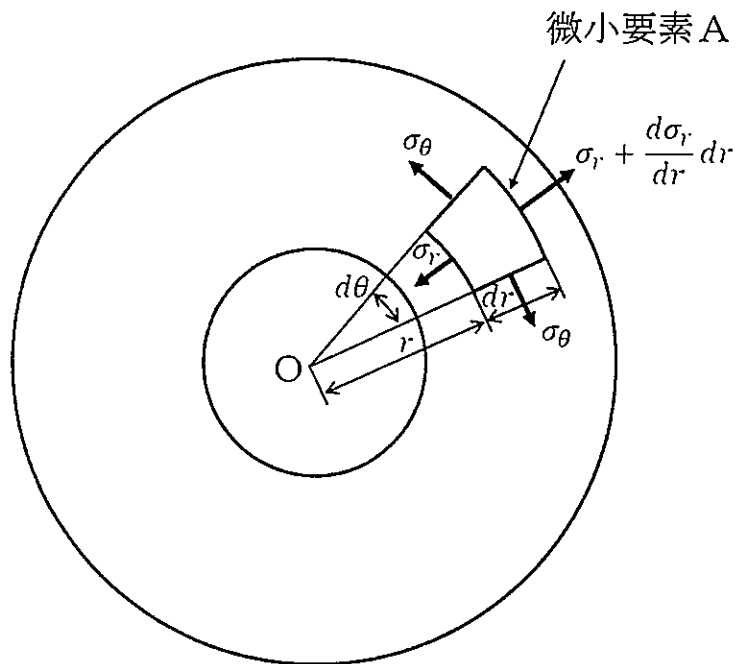


図2

工 2

[1] x - y 平面内の二次元非圧縮性流れについて、以下の問に答えなさい。

ただし、 x 方向の速度を u 、 y 方向の速度を v とする。

- 1) 流体中に設定した微小要素における流入と流出を考えることにより、連続の式を導きなさい。
- 2) 渦度の定義を示しなさい。
- 3) 速度と流れ関数の関係を示しなさい。
- 4) 流れが渦なしの場合には、流れ関数は Laplace 方程式を満たすことを示しなさい。

[2] 以下の流体力学に関する用語について、それぞれ 150 字以内で説明しなさい。ただし、数式（文字数には含めない）や図を併用してもよい。

- 1) 速度ポテンシャル
- 2) Karman 渦
- 3) Pitot 管
- 4) 循環

工 3

時間関数 $f(t)$ をラプラス変換した関数を $F(s)$ のように書くことにする。

[1] 図1に示す時間関数 $f(t)$ について、以下の問に答えよ。

- 1) t を区間に分けて、その区間ごとに $f(t)$ の式を示せ。
- 2) 区間 $0 \leq t \leq 2$ における関数を $f_1(t)$ として、 $F_1(s)$ を求めよ。ただし、 $t < 0$ と $t > 2$ のとき、 $f_1(t) = 0$ とする。
- 3) 区間 $2 < t \leq 4$ における関数を $f_2(t)$ として、 $F_2(s)$ を求めよ。ただし、 $t \leq 2$ と $t > 4$ のとき、 $f_2(t) = 0$ とする。
- 4) $F(s)$ を求めよ。

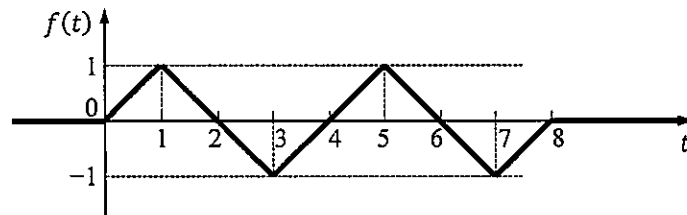


図 1

[2] 一巡伝達関数 $L(s)$ のナイキスト線図が図2で与えられる直結フィードバック制御系について、以下の問に答えよ。ただし、図中の点 A では、角周波数 $\omega = \sqrt{2}$ rad/s である。

- 1) $L(s)$ として正しいものを以下の (a), (b), (c), (d) から選べ。また、選んだ理由を述べよ。ただし、 k, a, b は正の実数である。

(a) $L(s) = \frac{s+k}{s(s^2+as+b)}$, (b) $L(s) = \frac{k}{s(s^2+as+b)}$, (c) $L(s) = \frac{s+k}{s^2+as+b}$, (d) $L(s) = \frac{k}{s^2+as+b}$

- 2) 前問 1) 中の k, a, b の値を求めよ。
- 3) 系の閉ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- 4) 単位ステップ入力の際の出力の定常偏差を求めよ。
- 5) 単位ステップ入力の際の出力の最大値を求めよ。

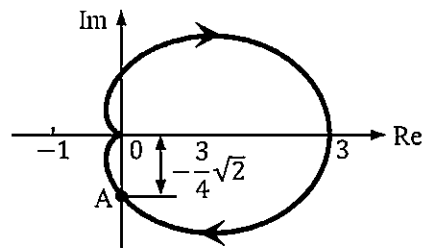


図 2

