平成３０年度

名古屋大学大学院情報学研究科
複雑系科学専攻
入学試験問題

専門

平成２９年８月３日（木）
１２：３０～１５：３０

注意事項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．外国人留学生は、日本語から母語への辞書１冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。

４．問題冊子、解答用紙３枚、草稿用紙３枚が配布されていることを確認すること。

５．問題は数１、数２、物１、物２、物３、物４、化１、化２、化３、化４、化５，生１、生２、生３、地１、地２、情１、情２、情３、工１、工２、工３の２２科目がある。このうち３科目を選択して解答すること。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。

６．全ての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。
解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

７．解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。
ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。

８．解答用紙は試験終了後に３枚とも提出すること。

９．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

数 1

[1] 次の小問に答えよ。

1) 行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ。

2) 1) の $\boldsymbol{A}$ に対して，ある直交行列 $\boldsymbol{U}$ を選べば，$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}$ が対角行列となる。このときの $\boldsymbol{U}$ を示せ。ただし，$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$ は $\boldsymbol{U}$ の転置を表す。

3) n を自然数として，n 次の正方行列 $\boldsymbol{B}$ の固有値が $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ であるとする。適当なユニタリ行列 $\boldsymbol{P}$ を選べば $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{P}$ が上三角行列となり，かつ，対角成分が $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ となることが知られている。この関係を用いて，$\boldsymbol{B}^2$ の固有値が $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \ldots, \lambda_n^2$ となることを示せ。

4) $f(x)$ は x に対する任意の多項式とする。3) の $\boldsymbol{B}$ に対して，$f(\boldsymbol{B})$ の固有値が $f(\lambda_1), f(\lambda_2), \ldots, f(\lambda_n)$ となることを示せ。

[2] 次の小問に答えよ。

1) $0 < p < 1$ および $0 < q < 1$ を満たす実数 p と q を用いて，行列

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1-p & q \\ p & 1-q \end{pmatrix}$$

とおく。n を自然数とするとき，

$$\boldsymbol{P}^n = \frac{1}{p+q}\begin{pmatrix} q & q \\ p & p \end{pmatrix} + \frac{(1-p-q)^n}{p+q}\begin{pmatrix} p & -q \\ -p & q \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。

2) ある野球選手は，ヒットを打った次の打席において2割の確率でヒットを打つとする。また，ヒットを打たなかった次の打席では4割の確率でヒットを打つとする。ある打席ではヒットを打った。次々回にヒットを打つ確率を答えよ。また，十分な打席数を終えたあと，次の打席でヒットを打つ確率を答えよ。

数2

[1] 周期 2π の偶関数 $f(x)$ のフーリエ級数は以下のように定義される。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx)$$
$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos(nx) \mathrm{d}x$$

1) 関数 $f(x) = x^2 \ (-\pi \leq x \leq \pi)$ のフーリエ級数を求めよ。

2) 1)で求めたフーリエ級数に $x = \pi$ を代入することにより，以下の無限級数の値を求めよ。

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

[2] 非線形常微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} - c\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + g = 0 \qquad (t \geq 0)$$

を考える。ただし，c および g は正定数である。

1) $v(t) \equiv \mathrm{d}y/\mathrm{d}t$ として，$t = 0$ のときの条件 $v(0) = 0$ のもとで $v(t)$ の微分方程式を解け。$t \to \infty$ での $v(\infty)$ の値を求めよ。

2) $t = 0$ のときの条件 $y(0) = h(> 0)$ のもとで $y(t)$ の微分方程式を解け。

3) 解 $y(t)$ を $t - y$ 平面上に図示せよ。$t \to \infty$ で解が漸近する直線とその傾き，切片の値も明記せよ。

[3] 非線形力学系

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x(1-x)(1-2x) \qquad (t \geq 0)$$

について考える。

1) 系の不動点をすべて求め，それぞれの安定性を調べよ。

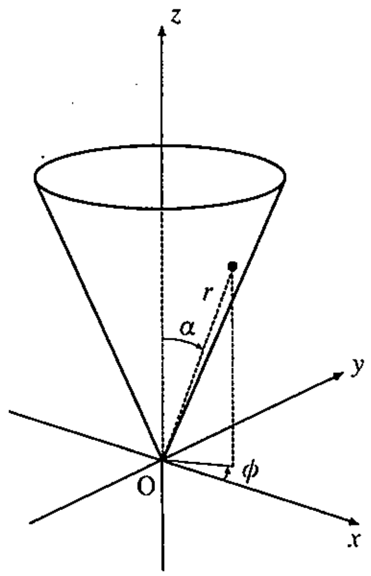
2) $0 < x(0) < 1$ のとき，$t \to \infty$ での $x(\infty)$ の値を理由とともに答えよ。

3) $L(x) = x(1-x) \ (0 < x < 1)$ が時間に関する単調増加関数であることを示せ。

物 1

図のように，軸が鉛直で頂点が下に向いている円錐面上を，鉛直下向きの一様重力中（重力加速度 g）で運動する質量 m の質点について考えよう。ただし，円錐の半頂角は定数 α で，円錐面は十分なめらかであるとする。円錐の軸は z 軸であり，水平面上に x，y 軸をとる。質点の位置を極座標 (r, α, ϕ) で表し，以下の問に答えよ。必要なら，ベクトル $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ と $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ の外積についての以下の関係式を用いてよい。

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y,\ A_zB_x - A_xB_z,\ A_xB_y - A_yB_x)$$



[1] 質点の運動エネルギー $K(r, \dot{r}, \phi, \dot{\phi})$ を書き下せ。なお，$\dot{r} = \dfrac{dr}{dt}$，$\dot{\phi} = \dfrac{d\phi}{dt}$ は時間 t についての微分である。

[2] 原点Oを基準として，質点の位置エネルギー $U(r)$ を書き下せ。

[3] ラグランジアン $L(r, \dot{r}, \phi, \dot{\phi})$ を書き下せ。

[4] r についてのオイラー・ラグランジュ方程式を求めよ。

[5] 質点の角運動量の z 成分 l_z を求めよ。

[6] ϕ についてのオイラー・ラグランジュ方程式から，l_z は保存されることを示せ。

[7] $r = r_0$ の位置から，円錐の壁に沿って水平方向に速さ v_0 で質点を打ち出したところ，質点は $r = r_0$ を保ちながら円運動を行った。v_0 を求めよ。

[8] $r = r_0$ の位置から，円錐の壁に沿って水平方向に速さ $v_1 (< v_0)$ で質点を打ち出したところ，質点は円錐面に沿って回転しながら，$r = r_1$ の位置まで下がり，再び $r = r_0$ の位置まで上昇する運動を繰り返した。r_1 を求めよ。

[9] 質点は $r = r_0$ のまわりでわずかに上下に振動しながら回転運動を続けているとする。$\left|\dfrac{\rho}{r_0}\right| \ll 1$ として $r = r_0 + \rho$ とおき，ρ の時間変化を考えることにより，この運動を考察しよう。

1) 問題 [4], [6] の結果を用いて，$\dot{\phi}$ を消去して r のみについての微分方程式を導け。

2) $\dfrac{1}{r^3}$ を ρ の1次の項まで展開せよ。

3) ρ についての微分方程式を導き，それが調和振動子の方程式になることを示せ。

4) ρ の振動の周期 T を求めよ。

物2

[1] 半径 R の球の内部に密度 $\rho > 0$ で一様に分布している電荷のつくる静電場を考えよう。電場のベクトルは球の中心Oについて点対称であり，Oからの距離 r に依存する動径方向の成分 $E(r)$ のみを持つ。また，真空の誘電率を ϵ_0 とする。

1) $r > R$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。

2) $r \leq R$ の場合の電場 $E(r)$ を求めよ。

3) この電場がつくる静電ポテンシャル $\phi(r)$ を求めよ。ただし，$\phi(r)$ の基準は無限遠で $\phi(\infty) = 0$ とする。

4) 横軸を距離 r として，電場 $E(r)$ と静電ポテンシャル $\phi(r)$ のグラフを描け。

[2] 前問 [1] の結果を使って，電荷 $Q > 0$ が半径 R の球内に一様に分布しているときの静電エネルギー U を，次の方法で求めよう。図のように無限遠から原点の周りに電荷を運び，一定密度 ρ で分布させながら球を徐々に大きくして半径 R にすることを考え，それに必要な仕事 W を計算しよう。

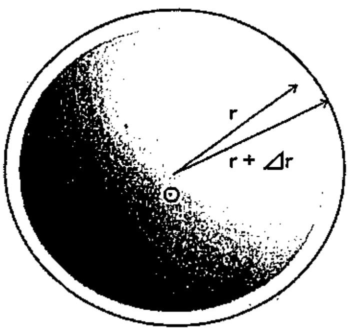
1) 半径 $r(\leq R)$ の球から，半径 $r + \Delta r$ に大きくすることを考える。半径 r の球と半径 $r+\Delta r$ の球面にはさまれた球殻の体積を求めよ。ただし，Δr は微小量とし，Δr の1次までで求めよ。

2) 半径 r の一様電荷球ができたとき，半径 r の球の表面における静電ポテンシャルを求めよ。

3) 半径 r の球と半径 $r + \Delta r$ の球面にはさまれた球殻の電荷を無限遠から運ぶのに必要な仕事 ΔW を求めよ。

4) 半径 R の一様電荷球を作り上げるために必要な全仕事 W を求めよ。W は，球殻を積み上げるとして，ΔW を加え合わせればよい。すなわち，Δr を dr で置き換えて，$r = 0$ から $r = R$ までの積分を計算すればよい。

5) 前小問 4) で計算した全仕事 W が求める静電エネルギー U に等しい。静電エネルギー U を電荷 Q，半径 R を使って表せ。



物3

ハミルトニアンがエルミート演算子 $\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2$ で与えられる1次元調和振動子の量子系について考える。m, ω はそれぞれ振動子の質量，角振動数を表す。位置演算子 $\hat{x}$ と運動量演算子 $\hat{p}$ はエルミート演算子であり，正準交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar\hat{1}$ を満たす。$\hat{1}$ は恒等演算子，$i = \sqrt{-1}$ は虚数単位，h はプランク定数であり，$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ である。この系の状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ はシュレーディンガー方程式 $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$ に従って時間変化する。以下の問に答えよ。

[1] 演算子 $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p}$ を定義し，$\hat{a}$ のエルミート共役な演算子を $\hat{a}^\dagger$ とする。 交換関係 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = \hat{1}$ を示せ。

[2] $\hat{x}, \hat{p}$ を $\hat{a}$ と $\hat{a}^\dagger$ を用いてそれぞれ表せ。

[3] ハミルトニアンが $\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{N} + \frac{1}{2}\right)$ と表せることを示せ。ただし $\hat{N}$ は $\hat{N} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ で定義されるエルミート演算子である。

[4] $|n\rangle$ を固有値方程式 $\hat{N}|n\rangle = n|n\rangle$ を満たす $\hat{N}$ の固有ベクトルとし，n をその固有値とする。$|n\rangle$ は $\hat{H}$ のエネルギー固有状態になっており，ノルムは1に規格化されているとする $\left(\||n\rangle\| = \sqrt{\langle n|n\rangle} = 1\right)$。$n$ は非負の実数になることを示せ。

[5] 交換関係 $[\hat{N}, \hat{a}] = -\hat{a}$ を用いて，$\hat{a}|n\rangle$ は $\hat{N}$ の固有値 $n-1$ に属する固有ベクトルであることを示せ。これと前問[4]の結果を利用して，n は（非負の）整数値をとることを示せ。

[6] 交換関係 $[\hat{N}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger$ を用いて，$\hat{a}^\dagger|n\rangle$ は $\hat{N}$ の固有値 $n+1$ に属する固有ベクトルであることを示せ。これを利用して $|n\rangle$ を $\hat{a}^\dagger, |0\rangle, n$ を用いて表せ。

[7] 時刻 $t=0$ における状態ベクトル $|\psi(0)\rangle$ が $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|n\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|n+1\rangle$ で与えられたとする。

1) 一般の時刻 t での状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ を求めよ。

2) $|\psi(t)\rangle$ に対する $\hat{x}$ の期待値 $\langle\psi(t)|\hat{x}|\psi(t)\rangle$ を求めよ。

3) $|\psi(t)\rangle$ に対する $(\Delta\hat{x})^2$ の期待値 $\langle\psi(t)|(\Delta\hat{x})^2|\psi(t)\rangle$ を求めよ。ただし，$\Delta\hat{x} = \hat{x} - \langle\psi(t)|\hat{x}|\psi(t)\rangle\hat{1}$ である。

物4

スピン 1/2 の粒子 N 個からなる固体が磁場 $H(\geq 0)$ の中におかれたとき，N 個の粒子のエネルギーの合計 E は，$\mu(>0)$ を定数として，

$$E = -\sum_{i=1}^{N} \mu H \sigma_i,$$

$$\sigma_i = \begin{cases} +1 & (i\text{番目の粒子の磁気モーメントが磁場 } H \text{ と同じ向きのとき}) \\ -1 & (i\text{番目の粒子の磁気モーメントが磁場 } H \text{ と反対向きのとき}) \end{cases}$$

で与えられるとする。この系が絶対温度 T の平衡状態にあるとき，各粒子の磁気モーメントの向き $\{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_N\}$ で決まる状態の出現確率はカノニカル分布に従うとする。ボルツマン定数は k_B とする。磁気モーメントの間の相互作用は無視できるとして，以下の各問に答えよ。

[1] 系の分配関数を計算せよ。

[2] 系のヘルムホルツ自由エネルギーを計算せよ。

[3] 磁場 H と同じ向きの磁気モーメントをもつ粒子の数の期待値 L を計算し，高温極限（$T \to \infty$）および低温極限（$T \to 0$）のときの L の値を求めよ。

[4] 系のエントロピー S を計算せよ。

[5] 磁場がある一定の有限の値 $(H > 0)$ のときに，$k_B T/\mu H$ の関数としての S/Nk_B のグラフの概略図を描け。$T \to 0$ と $T \to \infty$ のときの S/Nk_B の値を計算して図中に明示すること。

[6] 系を温度 $T_1(>0)$，磁場 $H_1(>0)$ の平衡状態にした（状態 A）。この状態から，等温的にゆっくりと磁場を $2H_1$ まで強くした（状態 B）。さらに断熱的に磁場を H_1 まで弱くしたところ系の温度は T_2 になった（状態 C）。$H = H_1$ および $H = 2H_1$ のときに，T/T^* の関数としての S/Nk_B のグラフの概略図を描き，図中に経路（A→B→C）を示せ。ただし，$T^* \equiv \mu H_1/k_B$ とする。

[7] $H = 0$ のとき，この系は熱力学第3法則（$T \to 0$ で $S \to 0$ となること）を満たすか。「縮退」という言葉を用いて説明せよ。

化 1

次の文章を読んで問に答えよ。

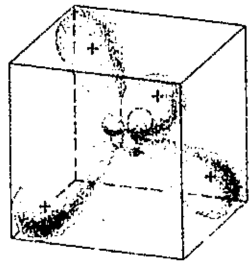


図1：C 原子の 4 個の混成軌道

メタン（CH_4）分子の 4 個の H 原子は正四面体の頂点に位置し，4 本の C−H 結合は全て同じ性質である。この結合の等価性は，C 原子の原子軌道の線型結合で作った，4 個の等価な $\boxed{\text{（あ）}}$ 混成軌道（図 1）のうちの 1 つと，H 原子の 1s 原子軌道から，$\boxed{\text{（い）}}$ C−H 結合が作られるためと理解できる。

同様の考えで，メタノール（CH_3OH）分子の O−H 結合の軌道を求めよう。まず O 原子の 2s，2p 原子軌道から，H 原子の方向に広がる混成軌道 χ_O を作る。次に H 原子の 1s 原子軌道を χ_H とし，分子軌道 ϕ が式 (1) で表されるとする。ここで C_i (i=O, H) は軌道係数である。

$$\phi = C_O\chi_O + C_H\chi_H \tag{1}$$

$$\int \chi_O h \chi_O d\tau = \alpha + \frac{3}{2}\beta < 0, \quad \int \chi_H h \chi_H d\tau = \alpha < 0, \quad \int \chi_O h \chi_H d\tau = \beta < 0 \tag{2}$$

$$\int \chi_O \chi_O d\tau = \int \chi_H \chi_H d\tau = 1, \quad \int \chi_O \chi_H d\tau = 0 \tag{3}$$

ヒュッケル法と同様の方法で，分子軌道 ϕ の軌道エネルギーに変分法を適用し，永年方程式を解くと，O−H 結合性軌道と反結合性軌道が得られる。計算に必要な積分は式 (2)，(3) で与えられる。h はハミルトニアンである。

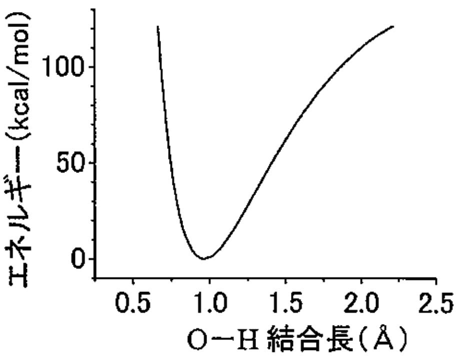


図 2：メタノール分子のエネルギーと O−H 結合長の関係

現在では，メタノールの分子構造を与えると，電子のシュレーディンガー方程式を計算機で解くことができ，分子軌道や分子の全電子エネルギーが高精度で分かる。O−H 結合長だけを変えながら，計算した分子の全電子エネルギーと，原子核反発エネルギーの和を図 2 に示した。

これに基づき，最安定構造付近での原子核の運動の効果を考えよう。簡単のため，ヒドロキシ基の H 原子以外は静止しているものとする。H 原子核のこの運動を量子力学で扱うと，エネルギー E_n は量子化され，その値はほぼ $E_n = A(n+1/2)$ と表される。ここで A は定数，n は量子数である。外部から $\boxed{\text{（う）}}$ 領域の電磁波を当てると，分子は電磁波のエネルギー

ε= $\boxed{\text{（ア）}}$ を吸収し，H 原子核の運動エネルギーは増加する。またヒドロキシ基のH 原子核を重水素 D の原子核に変えると，O−H 伸縮運動は $\boxed{\text{（え）}}$，吸収する電磁波の波長は $\boxed{\text{（お）}}$。

[1] （あ）から（お）に入る語句を，下の語群の｛ ｝中から選べ。

（あ）｛sp^2，sp^3，dsp^2｝

（い）｛σ，π，配位｝

（う）｛ラジオ波，近赤外光，紫外光｝

（え）｛速くなり，変わらず，遅くなり｝

（お）｛長くなる，変わらない，短くなる｝

[2] （ア）に入る式を答えよ。

[3] 式(1)の軌道ϕのエネルギーを C_i，α，βで表せ。

[4] この軌道エネルギーに変分法を適用し，分子軌道を求めるための永年方程式を導け。

[5] [4]で導いた永年方程式を解き，軌道ϕの軌道エネルギーと軌道係数を求めよ。

[6] メチル基（CH_3）をある置換基に変えたら積分値$\int \chi_O h \chi_O d\tau$はより絶対値の大きな負の数になった。この場合，H 原子上の電子密度はどう変化すると予想されるか，理由を付して述べよ。

化２

以下の問［１］と［２］に答えなさい。

［１］ 次の文章を読んで，以下の１）から６）に答えなさい。

可逆一次反応

$$\mathrm{A} \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} \mathrm{B} \qquad (1)$$

を考える。k_1 と k_2 はそれぞれ正反応と逆反応の反応速度定数である。化学種Ａの反応速度式は，ＡとＢの濃度$[\mathrm{A}]$，$[\mathrm{B}]$を用いて

$$-\frac{\mathrm{d}[\mathrm{A}]}{\mathrm{d}t} = \left(\qquad \text{(a)} \qquad \right) \qquad (2)$$

となる。時刻 $t=0$ でＡの濃度が $[\mathrm{A}]_0$，Ｂの濃度がゼロであるとすると，$[\mathrm{B}]=[\mathrm{A}]_0-[\mathrm{A}]$ であるので，式(2)は$[\mathrm{B}]$を用いずに表すことができる。その式を解くことで，$[\mathrm{A}]$の時間変化を表す式，

$$[\mathrm{A}] = \frac{k_1[\mathrm{A}]_0}{k_1+k_2} e^{-(k_1+k_2)t} + \frac{k_2[\mathrm{A}]_0}{k_1+k_2} \qquad (3)$$

が得られる。

１） (a)に当てはまる式を記しなさい。

２） 式(2)において十分に長い時間が経過し平衡に達した時を考えて，反応(1)の平衡定数 K を k_1 と k_2 を用いて表しなさい。

３） 十分に長い時間が経過した時の濃度$[\mathrm{A}]_\infty$，$[\mathrm{B}]_\infty$を k_1，k_2，$[\mathrm{A}]_0$ を用いて表しなさい。

４） $[\mathrm{B}]=[\mathrm{B}]_\infty/2$ となる時の$[\mathrm{A}]$およびその時刻 t を k_1，k_2，$[\mathrm{A}]_0$ を用いて表しなさい。

５） $[\mathrm{A}]$および$[\mathrm{B}]$の時間変化の概略をグラフに示しなさい。ただし，$k_1>k_2$ とし，濃度を縦軸に，時間 t を横軸にとった同一のグラフ上に示すこと。また，３）と４）の結果もグラフ上にわかるように示すこと。

６） 式(2)から式(3)を導出しなさい。ただし，途中の過程がわかるように記すこと。

［２］ 次の文章を読んで，以下の１）から４）に答えなさい。

反応速度定数kと絶対温度Tの関係を表す経験式として，アレニウスの式

$$k = A e^{-E_a/RT} \tag{1}$$

が知られている。A，E_a，Rはそれぞれ頻度因子，反応の活性化エネルギーおよび気体定数である。式(1)は，T^{-1}に対して$\ln k$をプロットすると直線が得られることを意味する。直線の傾きは$\boxed{\text{(a)}}$，縦軸の切片は$\boxed{\text{(b)}}$と書けるので，これらの値をプロットから読み取ると，E_aとAが求められる。

また式(1)は，(あ)<u>活性化エネルギーの大きさが変わると反応速度定数が著しく変化する</u>ことを意味する。活性化エネルギーは実験的に決められるパラメータであるが，気体分子運動論に基づけば，(い)<u>$e^{-E_a/RT}$は全分子のうち，活性化エネルギーを超えるエネルギーをもつ分子の割合</u>と考えられる。

１） (a)と(b)に当てはまる式を記しなさい。

２） 式(1)を用いて，300Kから310Kに温度を上げた時，反応速度定数が２倍になる反応のE_aを求めなさい。ただし，解答に至る過程も示しながら，有効数字２桁で答えなさい。なお，$R = 8.3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$および$\ln 2 = 0.69$とし，$A$と$E_a$は温度に依存しないとする。

３） 下線部(あ)に関して，触媒が存在する場合は反応が速くなる。触媒が存在する場合のE_aは，存在しない場合に比べて大きいか小さいかを答えなさい。

４） エネルギーEをもつ分子の割合が$p(E) = \dfrac{1}{RT} e^{-E/RT}$と書けるとする。これを用いて下線部(い)を確かめなさい。ただし，解答に至る過程も示すこと。

化3

［1］ 有機分子における異性体の概念について以下の問に答えなさい。

1）異性体は大きく2種類に分けられる。構造異性体と立体異性体である。それぞれについて例を挙げて説明しなさい。

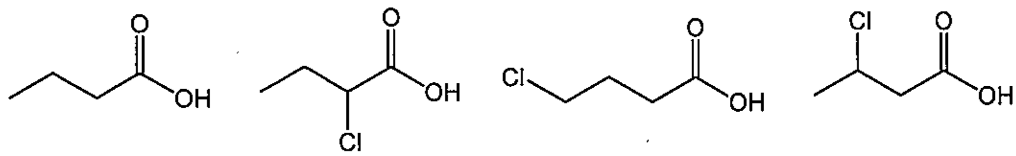
2）二重結合の存在により生じる異性体について，例を挙げて説明しなさい。さらに，それぞれをどのように区別して命名するか説明しなさい。

3）不斉炭素の存在により生じる異性体について，例を挙げて説明しなさい。さらに，それぞれをどのように区別して命名するか説明しなさい。

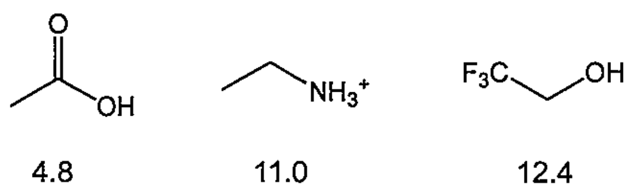
4）一般に，不斉炭素の存在により生じる異性体は生体に対する活性が異なる。それはなぜか説明しなさい。

［2］分子の酸性度に関する以下の問に答えなさい。

1）次の化合物を酸性が強い順に並べ，その理由を説明しなさい。



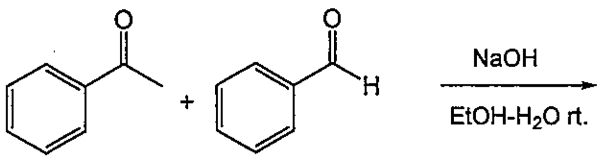
2）次の分子について，pH3 及び pH12 で最も多く存在する分子種の構造式を書きなさい。ただし，構造式の下の数値はそれぞれの p*K*a である。



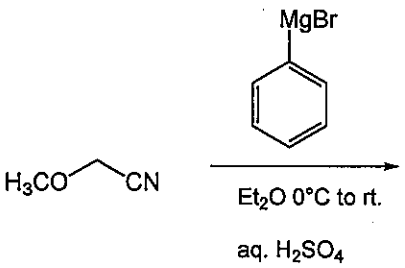
化4

［1］以下に記載の反応式から2問を選択し，主生成物とそれを与える反応機構について説明しなさい（解答用紙には選択した問題番号を記載すること)。

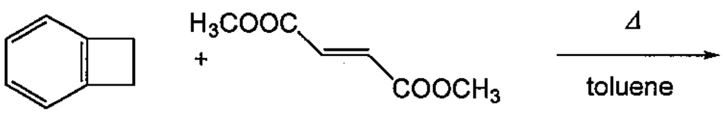
1）



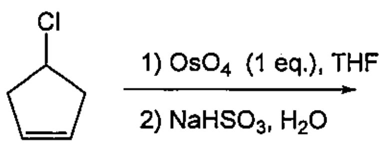
2）



3）

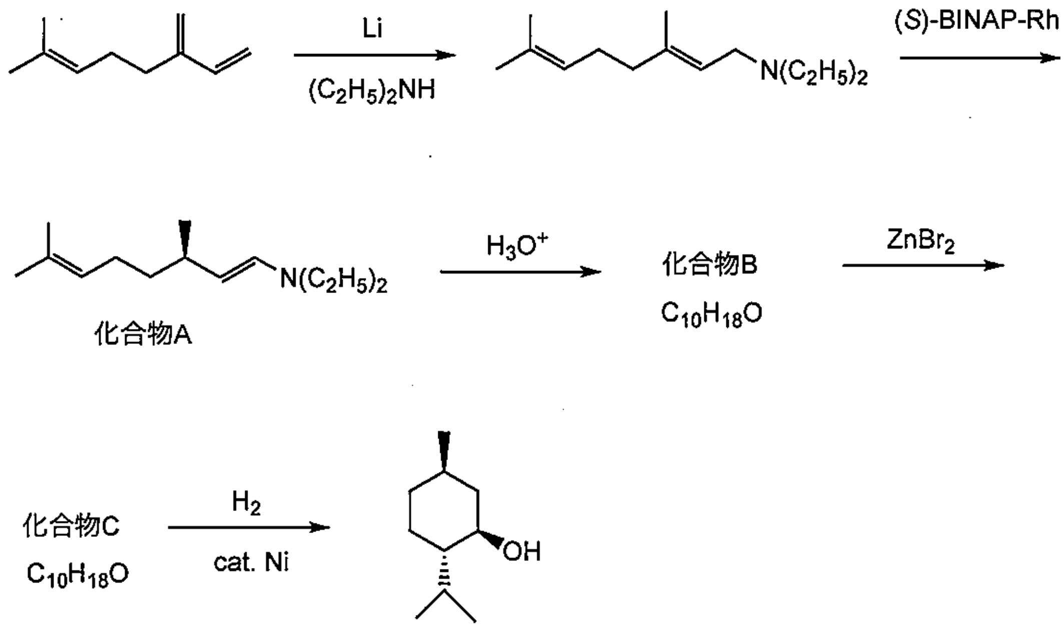


4）



ただし、rt.は室温を、eq. は当量を意味する。

［２］ *l*-メントールは，キラル触媒（(*S*)-BINAP-Rh）を用いて下記のスキームで工業的に合成されている。これについて以下の問に答えなさい。



l-メントール

1）*l*-メントールの最安定コンフォメーションを書いて，その理由を述べなさい。

2）理論的には，メントールにはいくつの異性体が存在するか。

3）化合物 B の構造式を書きなさい。

4）化合物 C の構造式を書きなさい。

5）化合物 B から C への反応機構を電子の流れを示す矢印で表しなさい。

化５

［１］ 4-Hydroxy-*ar*-himachalan **(7)** の合成に関する以下の問に答えなさい。**7** の合成経路は，次ページの図に示してある。反応の機構を解答する際には，電子の流れを示す矢印も記すこと。

１） 化合物(*E*)-**1** が生成する反応の機構を書きなさい。

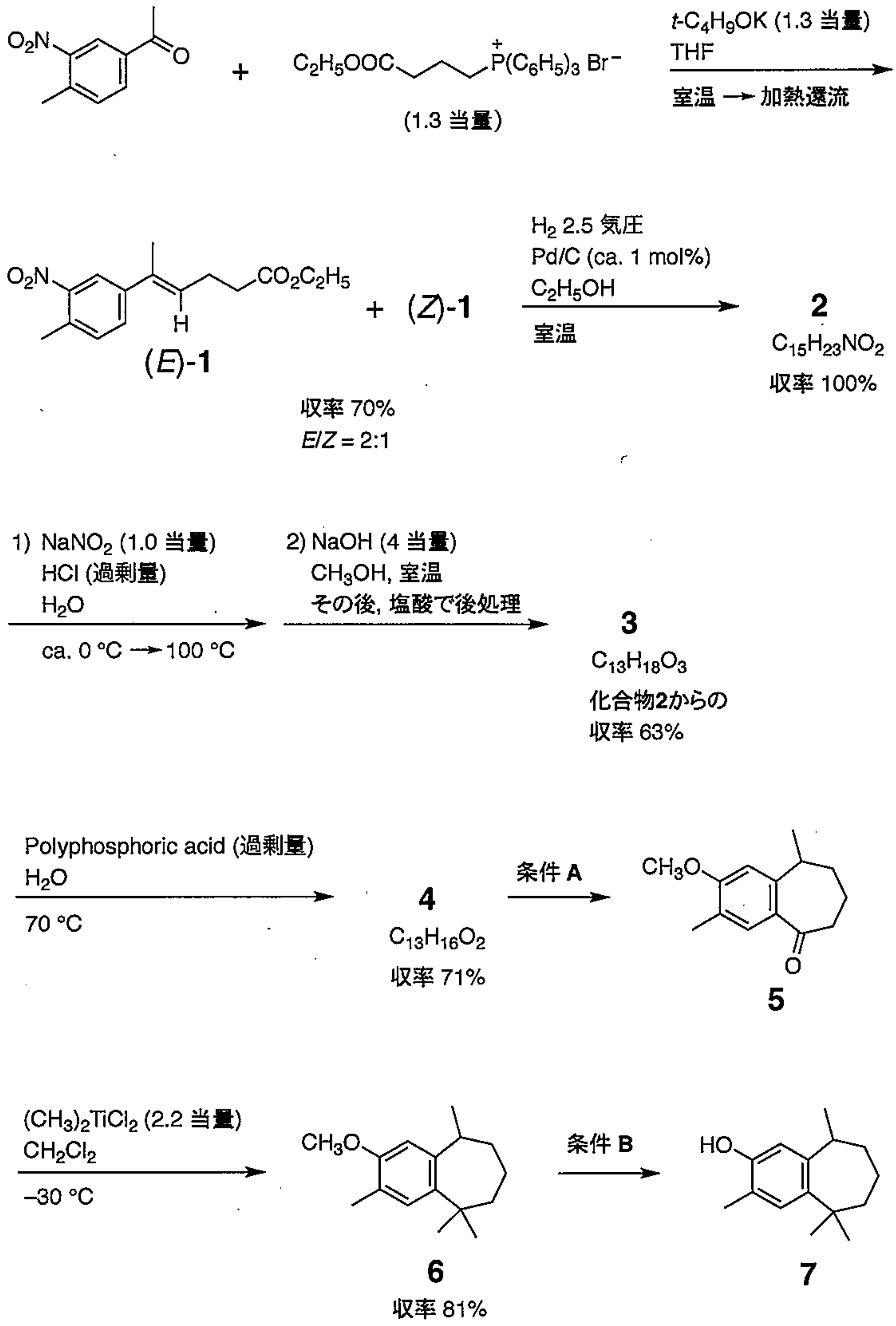
２） 化合物 **2** の分子式を参考にして，化合物 **2** の構造を書きなさい。

３） 化合物 **3** は，化合物 **2** から２段階で合成される。それぞれの反応の機構を書きなさい。また，化合物 **3** の構造を書きなさい。

４） 化合物 **3** から化合物 **4** が生成する反応の機構を書きなさい。

５） 化合物 **5** を効率良く合成できる「条件 **A**」を書きなさい。

６） 化合物 **7** を効率良く合成できる「条件 **B**」を書きなさい。



図． 4-Hydroxy-*ar*-himachalan (7) の合成経路

生１

次の文を読んで問に答えよ。

mRNA が翻訳に用いられるまでの過程には，真核細胞と原核細胞の間でかなりの違いがある。真核細胞の mRNA は，（ア）内でキャップ形成，スプライシング，ポリアデニル化[(a)]と呼ばれる修飾を受け，構造が変化して「成熟 mRNA」になる。この後，成熟 mRNA は（イ）を通過し，（ウ）に移動する。（ウ）では，（エ）と，（オ）末端に（カ）を結合した開始 tRNA とが，リボソームの（キ）サブユニットに結合し，複合体を形成する。この複合体は，（ク）を目印として成熟 mRNA の（ケ）末端に結合した後，mRNA に沿って（コ）末端に向かって移動する。複合体が（サ）にたどり着き，開始 tRNA の（シ）が（サ）と塩基対を形成すると，（エ）が解離し，代わりにリボソームの（ス）サブユニットが複合体に加わり，タンパク質の合成が始まる。一方で原核細胞では，転写後に mRNA の構造は変化せず，転写と翻訳は細胞の同じ区画内で起こる。また，真核細胞ではほとんどの場合で１本の成熟 mRNA から１種類のタンパク質が生じるのに対し，原核細胞では遺伝子はしばしばオペロンを構成し，１本の mRNA から互いにアミノ酸配列が異なる複数のタンパク質が生じる[(b)]ことが多い。

［１］次の語群から語を選び，（ア）から（ス）までのカッコに入れよ。異なるカッコに同じ語が入る場合もある。
［メチオニン，グリシン，ロイシン，翻訳開始因子，終結因子，大，中，小，
キャップ構造，投げ縄構造，ポリ A 尾部，5'，3'，開始コドン，終止コドン，
アンチコドン，核，細胞質，ミトコンドリア，細胞膜，核膜，チラコイド膜］

［２］下線（a）の３種類の修飾によりどのような構造変化が生じるのかを，それぞれ３０～４０字程度で説明せよ。

［３］次の語群の語をできるだけ多く用い，下線（b）の仕組みを１５０～２００字程度で説明せよ。必要なら図を用いても良い。
［開始コドン，コード領域，リボソーム小サブユニット，16S rRNA，相補的，
リボソーム結合部位（シャイン・ダルガーノ配列）］

生２

以下の（a）～（d）の実験方法から２つを選び，それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いてもよい。

（a）サザン・ブロット法
（b）ウェスタン・ブロット法
（c）プラスミドベクターを用いたDNAクローニング
（d）DNAの制限酵素による切断と電気泳動

［１］目的を２０字から４０字程度で説明せよ。

［２］原理を２００字から３００字程度で説明せよ。

［３］手順を３００字から４００字程度で説明せよ。

生３

[1] タンパク質の種類について述べた下記の文章の空欄に適切な語を入れて文章を完成させよ。

水中に存在するタンパク質は［ア］性アミノ酸が立体構造の内側に，［イ］性のアミノ酸が外側に配置されたコンパクトな形を形成している。このようなタンパク質をその形状から［ウ］タンパク質と言う。それに対し ［エ］や核膜に局在もしくは埋もれているタンパク質を［オ］タンパク質と言う。[オ]タンパク質の表面残基は一般に［ア］性である。生体内でおきる化学反応を触媒するタンパク質を[カ]と言う。[カ]は[キ]番号によって分類されており，水を利用して化学結合を切断する[ク]や，基質の一部を別の基質に移す反応を触媒する[ケ]が知られている。[コ]タンパク質は生命が普遍的にエネルギー源として利用している[サ]を分解して運動するタンパク質である。細胞外からの刺激や分子との相互作用により，細胞外の情報を細胞内に伝える役割を担うのは[シ]タンパク質である。その多くは[ウ]タンパク質である。

[2] 下記の語群のタンパク質を[1]で述べたタンパク質のグループ（オ，ク，ケ，コ）に分類せよ。

語群：チロシンキナーゼ，リゾチーム，ロドプシン，ダイニン，アミラーゼ，アクアポリン

[3] 深い海峡によって隔てられた名古屋大島（人口６万人）と名古屋小島（人口４万人）があり，薬指が長い優勢ホモ接合体（AA）と短い劣勢ホモ接合体（aa）を持つ集団が，それぞれ大島と小島に孤立して暮らしていた。しかし近年，島を結ぶ名古屋大橋が開通することで島内に限らず，島間での婚姻が可能になった。大橋開通後の第３世代（子供の子供）の遺伝子型とその割合，および薬指が長い集団と短い集団の割合の期待値を示せ。なお，適齢期の人口は全人口に比例し，婚姻は適齢期世代で全く確率的に成立し，どの遺伝子型も出生に優劣はなく，子供の成長も薬指の長さには依存しないと仮定する。

地１

火成岩について下記の問題に答えよ。

［1］岩石の分類において火成岩とはどのような岩石か説明せよ。

［2］火成岩はさらに火山岩と深成岩に大まかに分類される。この分類は何に着目したものか説明せよ。

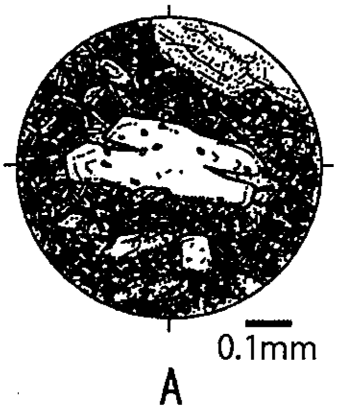
［3］火成岩の分類に酸性・中性・塩基性という指標がよく用いられる。この指標は何に着目したものか説明せよ。

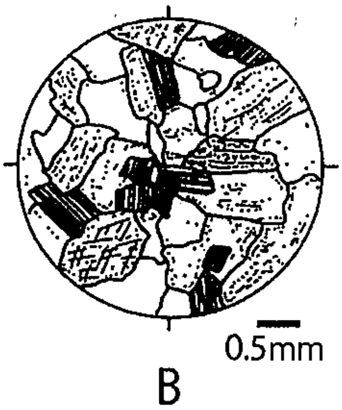
［4］火山岩で塩基性の岩石，および深成岩で酸性の岩石，それぞれ代表的な岩石名を挙げよ。

［5］下図は火山岩および深成岩の薄片を偏光顕微鏡（単ニコル）で観察したもので，それぞれの特徴がよく現れている。

1）A・B どちらが火山岩の薄片か記号で答えよ。

2）A および B，それぞれに現れている特徴と，なぜそのような特徴が現れるのか併せて説明せよ。





地２

リモートセンシングについて下記の問題に答えよ。説明のために図を用いてもよい。

［1］ 観測時期の異なる同一地域の２画像を比較する手法として変化抽出がある。この変化抽出の代表的な方法として，（ａ）フリッカー，（ｂ）画像間演算，（ｃ）カラー合成，がある。それぞれの方法について説明せよ。

［2］ 観測画像を処理する手法の１つに土地被覆分類がある。この土地被覆分類について下記の問題に答えよ。

１）受動方式のセンサを用いた観測では一般的に画像型分光放射計を用い，それから得られるデータの特長を生かして土地被覆分類を行う。この分類の原理について説明せよ。

２）土地被覆分類の方法として，（ａ）教師つき分類，（ｂ）教師なし分類，がある。それぞれの方法について説明せよ。

３）教師つき分類において，あるピクセルのデータが分類項目のいずれに属するかの判定方法として，（ａ）セル法（または多次元レベルスライス法），（ｂ）最短距離法，（ｃ）最尤法，がある。これらの方法から１つを選び説明せよ。

情 1

C 言語プログラミングに関する以下の問に答えよ。ただし，\は¥と同じである。

[1] 次のプログラムの出力結果を示せ。

```
#include<stdio.h>
int main(void) {
  int a = 0x456;
  int b = 0x0ff;
  printf("%x %d %d %x\n", a, b, a|b, b>>1);
  return 0;
}
```

[2] 組み合わせの数 ${}_nC_k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$ に関するプログラムを作成する。ただし，n と k は正の整数で $n \geq k$ とする。

1) ${}_nC_k$ を計算する関数 comb を以下のように作成する。空欄を適切に埋めよ。

```
int comb(int n, int k) {
  int num=1, den=1;
  while( (1) ) {
    num *= (2) ;
    den (3) k--;
  }
  return num/den;
}
```

2) 関数 comb を使って ${}_nC_k$ を計算し，右下図のような三角形を出力する関数 pascal を作成する。上下連続する段と段の数値の関係を考慮すると，これらの数値の配置には規則性があることがわかる。pascal(5) を実行したとき，右下図のように表示されるように，空欄を適切に埋めよ。

```
void pascal(int n) {
  int i, j, k;
  for(i=0; i<n; i++) {
    for(j=0; j< (4) ; j++)
      printf(" ");
    for(k=0; k<= (5) ;k++)
      printf("%2d", (6) );
    printf("\n");
  }
}
```

```
    1
   1 1
  1 2 1
 1 3 3 1
1 4 6 4 1
```

3）再帰法を用いて ${}_nC_k$ を計算する関数 comb2 を作成する。空欄を適切に埋めよ。

```
int comb2(int n, int k) {
  if(  (7)  || n == k) return 1;
  else
    return   (8)  +  (9)  ;
}
```

［3］整数値の列 50, 40, 80, 70, 30, 10, 90, 60, 80 を処理するプログラムを作成する。以下のプログラムでは，これらの整数値は配列 data の要素として前から順に格納されており，配列の末尾に −1 を追加して値の終わりを表現している。

```
#include<stdio.h>

int get_min(int data[]) {
  int *p=data;
  int min=*p;
  while(  (1)  !=-1) {
    if(  (2)  ) min=*p;
  }
  return min;
}

int get_order(int data[], int n);

int main(void){
  int data[]={50,40,80,70,30,10,90,60,80,-1};
  int n;
  scanf("%d", &n);
  printf("最小値は%dです\n", get_min(data));
  printf("data[%d]=%dは%d番目に大きい\n", \
  n, data[n], get_order(data, n));
  return 0;
}
```

1）配列 data の最小値を求める関数 get_min の空欄を適切に埋めよ。

2）配列 data[n] が，全体の大きい方から数えて何番目かを返す関数 get_order を作成する。ただし，n は 0 以上の整数で，キーボードから入力するものとする。関数 get_order を作成せよ。

3）$n = 3$ のときのプログラムの実行結果を示せ。

情 2

図 1 は，A，B，C の 3 種類の戦略間で一対一の対戦を一回ずつ行った場合にお互いに取り合う得点を示している。ノードは戦略の種類を表し，矢印の出る側が矢印の向かう側と対戦したときの，矢印の出る側が得る得点がその矢印の隣に書かれている。同じ戦略同士の対戦で得る得点は自分から自分に戻る曲線の矢印の隣に示されている。例えば，戦略 A は戦略 B と対戦すると 4 点を得る。また，戦略 A 同士の対戦では 1 点を得る。

この戦略 A, B, C のいずれかを一つ持つ個体からなる個体数 N (N は十分大きな数) の集団において，次の手順で次世代の各戦略の頻度（全個体数 N に対する各戦略を持つ個体数の割合）を計算する。まず，各個体は自分自身との対戦を含めた総当たりで対戦を行う。その後，各個体が得た総得点を戦略の種類ごとに合計し，得点全体に対する割合を次世代の各戦略の頻度とする。

このモデルを用いて実験した結果に関する次の問に答えなさい。

[1] Y=0 とする。初期世代で戦略 A と B のみ 0.5 の頻度ずつ存在する集団を考える。X=2，5，8 の各設定を用いて 1 世代後の頻度を計算するとき，各設定において戦略 A の頻度は増加するか，減少するか，もしくは，変化しないか。簡単な計算手順とともに答えなさい。

[2] X=2 とする。Y=0，4 の各設定において，初期世代で戦略 A，B，C が等しい頻度で存在するものとして実験したところ，各戦略の頻度の推移は図 2(1)，(2)に示すとおりになった。どちらの図がどの Y の設定に対応するか，また，図中の各線 i，ii，iii，iv，v，vi はそれぞれ戦略 A，B，C のうちのどの頻度を表すかを示しなさい。その上で，頻度変化の仕組みを，戦略間の関係や，頻度の大小関係の変化に注目して説明しなさい。

[3] 図 2(1)の条件で，毎世代，各個体が各対戦で得られる得点に加えて一定の値（例えば 1 点）を追加して得るものとして実験を行う場合，集団の挙動は概してどのように変化すると考えられるか，理由とともに説明しなさい。

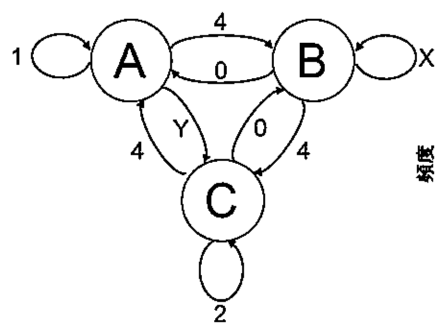


図 1

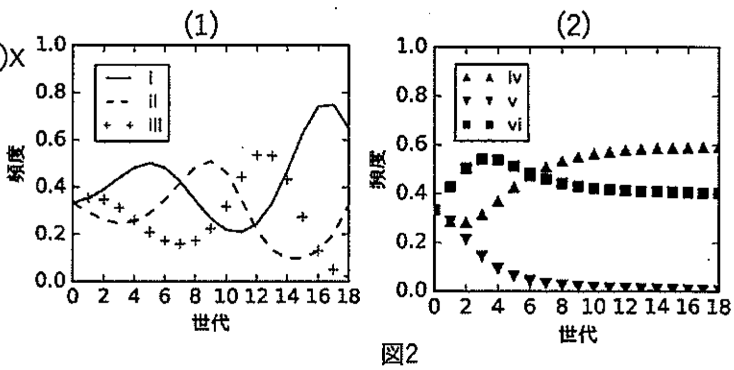


図2

情 3

丸で示す節点と線で示す辺からなる図 1 のグラフにおいて経路探索をする。節点は，スタート節点 n_0，ゴール節点 n_6 と，n_1，n_2，n_3，n_4，n_5 の 7 個である。辺は 11 本あり，各辺に付された正の数値は，その辺を通過するために必要なコストを示す。2 つの節点 n_i，n_j 間に辺が存在する場合，それらの節点は隣接しているといい，辺を (n_i, n_j) あるいは (n_j, n_i) と表す。スタート節点 n_0 からゴール節点 n_6 にいたる，コストの小さな経路を考える。

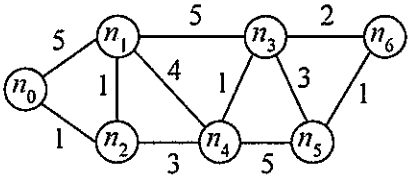


図 1

［1］ 節点 n_0 から節点 n_i にいたるまでに通過した辺のコストの総和を $g(n_i)$ と表す。節点 n_i と $g(n_i)$ の値をペアにして，$n_i\_g(n_i)$ のように「コスト情報付き節点」を記述する（アルゴリズム中では単に「節点」と呼ぶこともある）。例えば，節点 n_0 では $g(n_0)$ は 0 であるため，コスト情報付き節点は n_0_0 となる。節点 n_0 から節点 n_6 にいたるまでに通過した辺のコストの総和が最小となる最適な経路を探索するため，次の基本アルゴリズムを考えた。

```
   手続き g_search
1    コスト情報付き節点を要素とする集合 C，D を設け，空集合とする。
2    n0_0 を C に加える。
3    繰り返し開始
4        C に含まれるコスト最小の節点 p がゴール節点であれば手続き
         を終了する。
5        p を C から除去し，p を D に加える。
6        p に隣接し，かつ，D に含まれない，全ての節点 q について，
             まず，q が C に含まれれば q を C から除去し，次に，
             節点 n0 から D に含まれる節点のみを経由して q にいた
             るコスト最小の経路を求め，そのコストをペアとする q
             を，コスト情報付き節点として C に加える。
7    繰り返し終了
```

左端の数字は，アルゴリズムの各ステップを表す行番号である。図 1 のグラフに対して，経路を決定するまでの基本アルゴリズムの実行過程を，以下の表のような形式で記述した上で，決定された経路を示せ。ここで，「C の内容」，「D の内容」については内容の変更があった時のみに変更後の内容を記し，「節点 p」は 4 行目を実行する時のみ，「節点 q」は 6 行目を実行する時のみ記せばよく，行番号

以外が空白となる時は，その一行の記述を省略してよい。

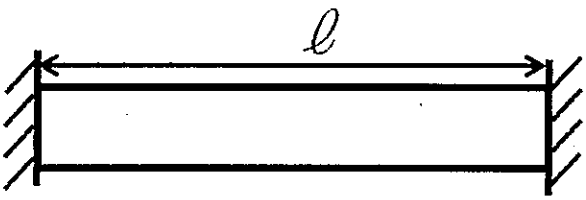
実行された行番号	Cの内容	Dの内容	節点p	節点q
1				
2				
4				

［２］ 節点n_0，n_1，n_2，n_3，n_4，n_5，n_6から節点n_6にいたるコストの見積もりを$h(n_0)$，$h(n_1)$，$h(n_2)$，$h(n_3)$，$h(n_4)$，$h(n_5)$，$h(n_6)$と表し，それぞれ，7，6，5，2，2，1，0であるとする。そして，［１］の基本アルゴリズムにおいて，節点n_iのコストとして，$g(n_i)$の代わりに$g(n_i)+h(n_i)$を用いる拡張アルゴリズムを考える。この場合，節点n_0のコスト情報付き節点はn_0_7となる。図１のグラフに対して，経路を決定するまでの拡張アルゴリズムの実行過程を，［１］にならい記述せよ。また，拡張アルゴリズムにより最適な経路を探索するために，$h(n_i)$に求められる条件を述べよ。

［３］ ［１］と［２］における基本アルゴリズムと拡張アルゴリズムの実行過程においては，4 行目が実行される回数が異なる。この理由を，$h(n_i)$がもたらした効果をふまえて，簡潔に述べよ。

工 1

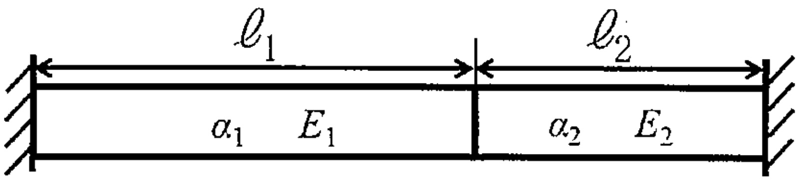
[1]　図 1 に示すような断面積 A，長さ ℓ の棒を，棒の温度 t_1 のとき 2 つの剛性壁に固定した後に，棒の温度を t_2 （$t_1 < t_2$） に上昇させた。壁面に発生する反力 F を求めよ。なお，棒の線膨張率と縦弾性係数をそれぞれ α と E とする。



断面積：　A
線膨張率：　α
縦弾性係数：　E

図 1　2 つの剛性壁の間に固定された棒

[2]　図 2 に示すような断面積 A で長さ ℓ_1 と ℓ_2 の棒を棒の温度 t_1 のとき 2 つの剛性壁に固定した後に，棒の温度を t_2 （$t_1 < t_2$） に上昇させた。壁面に発生する反力 F を求めよ。なお，長さ ℓ_1 と ℓ_2 の棒の線膨張率をそれぞれ α_1 と α_2 とする。また，長さ ℓ_1 と ℓ_2 の棒の縦弾性係数をそれぞれ E_1 と E_2 とする。



断面積：　A

図 2　2 つの剛性壁の間に固定された二本の棒

［3］ 図 3 に示す 2 枚の板 A と B の線膨張率は，それぞれ α_1 および α_2 $(\alpha_1 < \alpha_2)$ である。また，板の縦弾性係数は A と B ともに E であり，厚さと幅は $h/2$ と b である。板 A と B を A と B の温度 t_1 のとき互いに接着した後に，A と B の温度を t_2 $(t_1 < t_2)$ に上昇させた。温度を t_2 に上昇させた後の曲率半径 R を以下の手順で求めよ。ただし，$h \ll R$ とし，板 A と B の曲率 $1/R$ は等しいとみなす。

初めに，板 A と B が単独に変形した状態について考える。

1) それぞれの板に作用する曲げモーメントを M としたとき，曲率 $1/R$ を断面二次モーメント I，および E と M を用いて表せ。

2) 板 A と B のそれぞれに対して，温度上昇（$t_2 - t_1$）に伴うひずみ，および曲げモーメント M によるひずみ（板 A については下面，板 B については上面におけるひずみ）を求めよ。

次に，板 A と B がともに変形した状態について考える。

3) 板 A と B それぞれに作用する曲げモーメントを M としたとき，板 A と B 全体に作用する曲げモーメントは $2M$ である。また，$2M$ は軸力 F を用いると $Fh/2$ である。これから得られる関係式と上述の 1)の結果を使って，軸力 F を I, R, E, h で表せ。さらに，この軸力 F によって板 A と B に生じるひずみを求めよ。

4) 板 A と B の接着面におけるひずみが等しくなることを利用して，A と B の温度を t_2 に上昇させたときの曲率半径 R を求めよ。

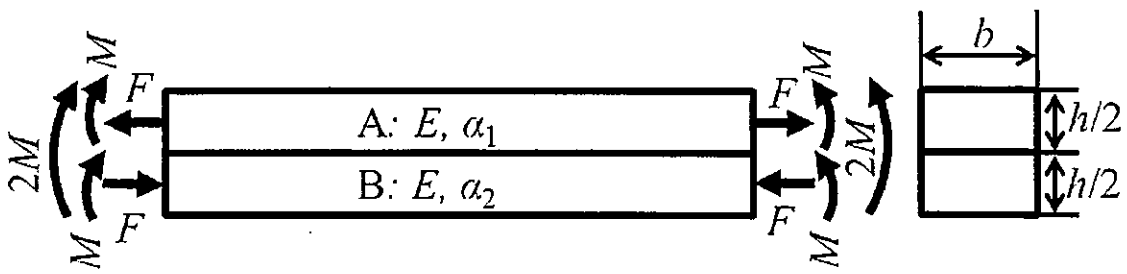


図 3　線膨張率の異なる板 A と B を接着して製造された板

工２

[1] 図１のように，密度ρ_aの液体ａと密度ρ_bの液体ｂが鉛直方向に分離して層を成し，その境界を挟んで円筒体（断面積A，高さh_0，密度ρ_0）が静止している。ただし，$\rho_a < \rho_0 < \rho_b$であり，円筒体の中心線は鉛直である。円筒体底面から境界までの高さh_2を求めなさい。なお，液体ａの厚さをh_1とし，$h_1 \geq h_0$とする。重力加速度をgとする。

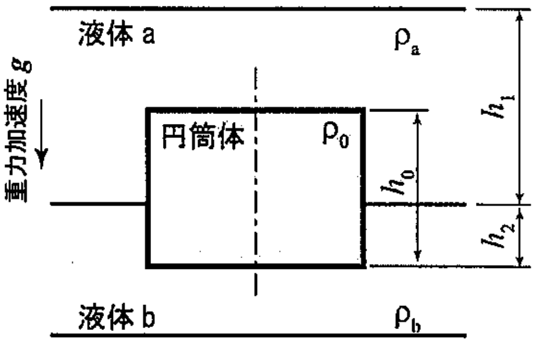


図１

[2] 図２のように，水平な円管の内部を水が流れており，２本の細管が取り付けられている。細管１は管壁に垂直に接続され，細管２は先端が水平方向に向けられ管中心に設置されている。円管内の水は，細管の内部を自由に上昇できる。細管１および２の水面の高さがそれぞれh_1およびh_2のとき，円管の中心速度Vを求めなさい。ただし，$h_2 \geq h_1$とし，重力加速度をgとする。

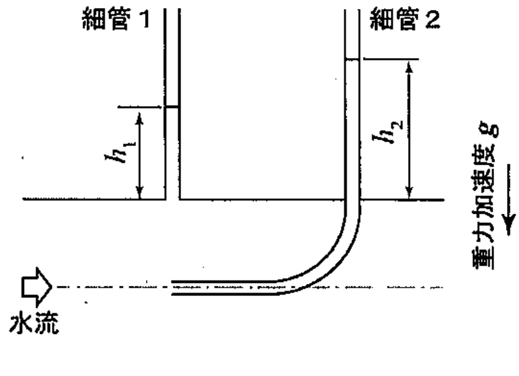


図２

[3] 以下の用語について，それぞれ 150 字以内で説明せよ。ただし，数式や図を併用してもよい。

1) 連続の方程式

2) 物体の抗力係数

3) キャビテーション

工 3

時間関数 $f(t)$ をラプラス変換した関数を $F(s)$ のように書くことにする。

[1] 図 1 に示すフィードバック制御系について，以下の問に答えよ。ただし，図中の K は非負の実数である。

1) 一巡伝達関数（開ループ伝達関数）$L(s)$ を求めよ。
2) 入力 $R(s)$ から出力 $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数 $G(s) = Y(s)/R(s)$ を求めよ。
3) 系が安定，安定限界，あるいは不安定となる場合について，それぞれの K の値の範囲を示せ。
4) ステップ応答が振動的である場合と振動的でない場合について，それぞれの K の値の範囲を示せ。
5) 単位ランプ入力のときの定常偏差と K の値との関係を示せ。

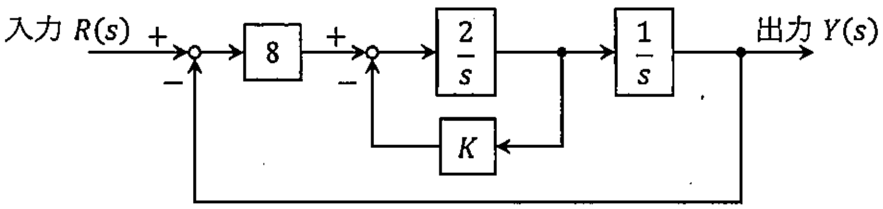


図 1

[2] 制御対象 $P(s) = \frac{5\sqrt{7}}{s(s+\sqrt{3})}$ に対して，補償器 $C(s) = \frac{bs+1}{as+1}$ を直列接続し，図 2 に示すフィードバック制御系を構成した。この系について，以下の問に答えよ。ただし，a と b は正の実数である。

1) $C(s)$ を位相進み補償要素とする場合について，a と b の大小関係，および位相進み角が最大となるときの角周波数 ω_{m} を示せ。
2) 位相進み補償をした後のゲイン交差周波数を ω_{G} とし，$\omega_{\mathrm{G}} = \omega_{\mathrm{m}} = 5$ rad/s となるときの a と b の値を求めよ。

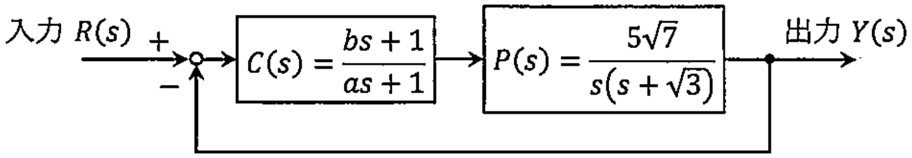


図 2

（参考）逆三角関数の一階微分

$\frac{\mathrm{d}\sin^{-1}x}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{\mathrm{d}\cos^{-1}x}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{\mathrm{d}\tan^{-1}x}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{1+x^2}$