

令和6年度

名古屋大学大学院情報学研究科 知能システム学専攻 入学試験問題（専門）

令和5年8月2日

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験終了まで退出できない。
3. 外国人留学生の志願者は、日本語と日本語以外の1言語間の辞書1冊に限り使用してよい。電子辞書の持ち込みは認めない。
4. 日本語または英語で解答すること。
5. 問題冊子、解答用紙3枚、草稿用紙3枚が配布されていることを確認すること。
6. 問題は解析・線形代数、確率・統計、プログラミングの3科目がある。これらのすべてについて解答すること。なお、1科目につき解答用紙1枚を使用し、科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。
7. すべての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。
8. 解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。
9. 解答用紙は試験終了後に3枚とも提出すること。
10. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

解析・線形代数

(解の導出過程も書くこと)

[1] ある集合の要素がAとBの2群のいずれかに属するとする。ステップごとにA群の要素の10%をB群へ、B群の要素の30%をA群へ移す。nステップ後にA群とB群に属する要素数の割合をそれぞれ a_n, b_n とし、その組を $S_n = (a_n \ b_n)^T$ と表す。ただし、 $a_n + b_n = 1, a_n \geq 0, b_n \geq 0$ とする。なお、 M^T は行列 M の転置を表す。以下の問いに答えよ。

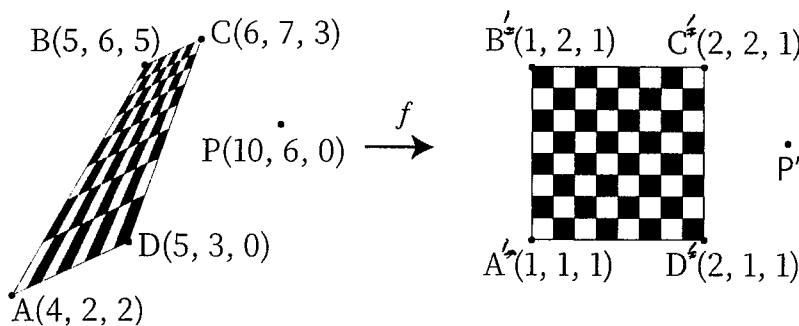
- (a) $S_{n+1} = AS_n$ となる 2×2 行列 A を示せ。
- (b) A のすべての固有値と、それらに対する単位固有ベクトルをそれぞれ一つ求めよ。
- (c) 正則行列 P を用いて、 $P^{-1}AP$ として A を対角化することを考える。 P^{-1} と P の組の一つ求めよ。
- (d) $S_0 = (1 \ 0)^T$ としたときの a_5 と b_5 の値を求めよ。ただし、四捨五入により小数点以下第4位まで解答するものとする。なお、次の値は使ってよい。
 $0.1^5 = 0.00001, 0.2^5 = 0.00032, 0.3^5 = 0.00243, 0.4^5 = 0.01024, 0.5^5 = 0.03125,$
 $0.6^5 = 0.07776, 0.7^5 = 0.16807, 0.8^5 = 0.32768, 0.9^5 = 0.59049$
- (e) n が十分に大きいとき、任意の S_0 における a_n と b_n の値を求めよ。

[2] xy 平面上の閉曲線 C が次の式で与えられているとき、以下の問いに答えよ。

$$\begin{cases} x = \sin 5\theta \cos \theta \\ y = \sin 5\theta \sin \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

- (a) C の概形を xy 平面上に図示せよ。
- (b) xy 平面上の C で囲まれる部分の面積を求めよ。

[3] 以下の図に示す線形写像 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ について考える。 A', B', C', D', P' はそれぞれ点 A, B, C, D, P を写像 f で移した点である。点 P' の座標を求めよ。



Translation of technical terms

集合 set, 要素 element, 群 group, 割合 ratio, 組 pair, 行列 matrix, 転置 transpose,
 固有値 eigenvalue, 単位固有ベクトル unit eigenvector, 正則行列 regular matrix,
 対角化 diagonalization, 値 value, 四捨五入 round off,
 小数点以下第4位 fourth decimal place, 平面 plane, 閉曲線 closed curve, 式 equation,
 概形 approximate shape, 面積 area, 線形写像 linear mapping, 点 point, 座標 coordinate

確率・統計

解の導出過程も書くこと.

[1] 1 から 13 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつあり, そこから無作為に選んだ 2 枚のカードに書かれた数字の積を p とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) p が偶数となる確率を求めよ.
- (2) p が素数となる確率を求めよ.
- (3) p の期待値を求めよ.
- (4) 残りの 11 枚のカードに書かれた数字の総和 s より p が大きくなる確率を求めよ.

[2] 確率変数 X, Y の同時確率密度関数 $f_{X,Y}(x, y)$ が次式で与えられるとき, 以下の問いに答えよ.

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{1}{3}y & (-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

- (1) 周辺確率密度関数 $f_X(x)$ を求めよ.
- (2) $X + 1$ の期待値を求めよ.
- (3) $X + 1$ の分散を求めよ.
- (4) $X^2(Y^3 + Y^2)$ の期待値を求めよ.

Translation of technical terms

- | | |
|---|-------------------------|
| ● 無作為: random | ● 積: product |
| ● 偶数: even number | ● 確率: probability |
| ● 素数: prime number | ● 期待値: expectation |
| ● 総和: summation | ● 確率変数: random variable |
| ● 同時確率密度関数: joint probability density function | |
| ● 周辺確率密度関数: marginal probability density function | |
| ● 分散: variance | |

プログラミング

以下は Python プログラムに関する問題である。

[1] 以下の各プログラムの出力結果(output)を答えよ。

(1)

```
1 import numpy as np
2
3 a = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
4 print(a + 2)
```

(2)

```
1 import numpy as np
2
3 a = np.array([1, 2, 3])
4 b = np.array([4, 5, 6])
5 print(a.dot(b))
```

(3)

```
1 import numpy as np
2
3 a = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
4 print(a[1:, 1:])
```

(4)

```
1 import numpy as np
2
3 a = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
4 sum = np.sum(a, axis=0)
5 print(sum[1])
```

(5)

```
1 import numpy as np
2
3 a = np.arange(6).reshape(2, 3)
4 print(a)
```

[2] 以下の設問に答えよ。

- (1) 下記のプログラムにおいて関数(function) func()を実行した場合、なぜa[0]の値は3になり、bの値は3にならないのか説明せよ。

```
1 def func(m, n):
2     m[0] = m[0] * 3
3     n = n * 3
4
5 a = [1]
6 b = 1
7 func(a, b)
8 print("a =", a[0], " b =", b)
```

- (2) 下記のプログラムを実行した場合、無限ループ(infinite loop)が発生して停止しないことがある。なぜ無限ループが発生するのか説明せよ。

```
1 sum = 0.0
2 while True:
3     if sum == 10:
4         break
5     else:
6         sum = sum + 0.1
```

- (3) 下記のプログラムを実行した場合、エラーが発生するか否か答えよ。
また、エラーが発生しない場合はその理由を、エラーが発生する場合はその解決策を答えよ。

```
1 a = "Hello"
2 a[0] = 'h'
```

- (4) 下記のプログラムを実行した場合、エラーが発生するか否か答えよ。
また、エラーが発生しない場合はその理由を、エラーが発生する場合はその解決策を答えよ。

```
1 x = 10
2
3 def func():
4     x += 1
5     print(x)
6
7 func()
```

(5)下記のプログラムを実行した場合、エラーが発生するか否か答えよ。

また、エラーが発生しない場合はその理由を、エラーが発生する場合はその解決策を答えよ。

```
1   for i in range(10):
2       print(i)
3       i = "Hello"
```

[3] 下記のプログラムは、与えられた数までのすべての^{素数}素数(prime number)をリストとして出力する。以下の設問に答えよ。

```
1   def prime_numbers(n):
2       primes = []
3       for num in range(n, 1, -1):
4           is_prime = True
5           for i in range(2, num):
6               if a:
7                   is_prime = False
8                   break
9           if b:
10              primes.append(num)
11          return primes
```

(1) **a** と **b** に入る適切な式を答えよ。

(2) `print(prime_numbers(20))` の出力結果を答えよ。

[4] 下記のプログラムを読んで、以下の設問に答えよ。

```
1  import numpy as np
2
3  def func(x, y, a, b):
4      m, n = x.shape
5      p, q = y.shape
6      for i in range(m-p+1):
7          for j in range(n-q+1):
8              flag = True
9              for k in range(p):
10                 for l in range(q):
11                     if abs(x[i+k, j+l] - y[k, l]) > a:
12                         flag = False
13                         break
14                 if flag:
15                     x[i:i+p, j:j+q] = b
16         return x
17
18  x1 = np.array([[1, 2, 3, 4, 5],
19                [6, 7, 8, 9, 10],
20                [1, 2, 3, 4, 5],
21                [6, 7, 8, 9, 10],
22                [1, 2, 3, 4, 5]])
23  y1 = np.array([[2, 3],
24                [7, 8]])
25  y2 = np.array([[0, 0],
26                [0, 0]])
27  print(func(x1, y1, 1, 0))
28  print(func(x1, y2, 0, 1))
```

- (1) 27 行目まで実行したときの 27 行目の print 文の出力結果を答えよ。
- (2) 28 行目まで実行したときの 28 行目の print 文の出力結果を答えよ。
- (3) 8 行目から 14 行目を以下の 1 行の形で表したい。等価な処理となるよう空欄を埋めよ。

if :

- (4) グレースケール画像(grayscale image)は一般に行列(matrix)として表現できる。関数 func()の第 1 引数に画像の行列を与えると、返り値(return value)としてどのような画像が得られるか説明せよ。